

T2. EJERCICIOS: OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES DE IGUALDAD

EJERCICIO 1

La función de utilidad de un consumidor es $U(x, y) = 2\ln x + \ln y$
Su restricción presupuestaria viene dada por la ecuación $x + 2y = 18$

Calcular los niveles de x e y que el consumidor debe comprar de dos bienes A y B, respectivamente, con el fin de maximizar su utilidad.

EJERCICIO 2

La función de utilidad de un consumidor es: $U(x, y) = 2xy + y$
Sujeto a: $P_1x + P_2y = M$

Donde x e y representan las cantidades de los bienes 1 y 2 consumidos en un período de tiempo dado. P_1 y P_2 (ambos positivos), son los precios unitarios de cada uno de los bienes y M la cantidad de dinero de la que dispone el individuo.

- Calcular la cantidad a consumir de cada uno de los bienes, si el objetivo es maximizar la utilidad.
- ¿Cuál es la variación que experimenta la utilidad máxima ante un cambio en la cantidad de dinero disponible?

EJERCICIO 3

Resuelva el problema $\text{Min } 4x^2 + y^2$
Sujeto a $2x + y = 5000$

Indicando el valor del multiplicador asociado a la solución.

¿Cuál será el efecto sobre el valor de la función objetivo en el óptimo, si se incrementa en una unidad la constante de la restricción?

EJERCICIO 4

Obtégase los óptimos globales del programa: $f(x, y) = 10x + 8y - x^2 - 2y^2$
bajo la restricción dada por la ecuación $x + y = 4$.

EJERCICIO 5

Estudie los óptimos locales de la función: $f(x, y) = x^2 + y$, bajo la restricción dada por la ecuación $x^3 + y = 0$

EJERCICIO 6

Sea la función de costes de una empresa $C(x, y) = -x + (y - 1)^2 + 10$. Donde x e y son las cantidades de los factores A y B que se utilizan para obtener el producto Q. Fijado el nivel de producción de Q en 9 unidades, la tecnología utilizada para alcanzar dicho nivel viene dada por la función de producción:

$$Q(x, y) = x^2 + (y - 1)^2$$

Se pide:

- ¿Cuál será la elección del empresario si su objetivo es determinar la combinación de factores (entendiéndose que sólo se considerará aquella combinación donde los dos factores sean positivos) que minimizan el coste de la empresa, para un nivel de producción de 9 unidades?. En este caso, ¿qué valor alcanzaría el coste de la empresa?.
- Si tras una mejora en la productividad de la empresa, el empresario se plantease aumentar en una pequeña cantidad su nivel de producción, ¿disminuiría con ellos sus costes?. Razone la respuesta.

EJERCICIO 7

La función de utilidad de un consumidor, depende de la adquisición que éste haga de tres bienes (x,y,z) , en los siguientes términos:

$$U(x,y,z) = 5\ln x + 3\ln y + 2\ln z, \quad x > 0, \quad y > 0, \quad z > 0$$

Si los precios unitarios de cada uno de los bienes son 10, 2 y 4 u.m. respectivamente, determine la cantidad de cada bien que hará máxima la utilidad del consumidor, si éste agota su renta que es de 1.000 u.m.

EJERCICIO 8

Estudie los óptimos locales de la función: $f(x,y) = x^2 + y$, bajo la restricción dada por la ecuación $x^3 + y = 0$

EJERCICIO 9

Considere la función de utilidad de un consumidor dada por:

$U(x,y) = \ln x + \ln y$, donde la restricción presupuestaria viene determinada por la ecuación: $px + qy = r$, siendo p y q los precios de cada uno de los bienes y r la renta monetaria.

- Calcular las unidades que ha de consumir x , y para maximizar la utilidad.
- ¿Se puede afirmar que el máximo obtenido es un máximo global del problema?
- Halle aproximadamente la variación en la utilidad máxima del consumidor si la renta disponible aumenta en una unidad.

EJERCICIO 10

Un consumidor dispone de 600 u.m para gastar en dos productos. El primero de ellos tiene un precio de 20 u.m por unidad y el segundo de 30 u.m por unidad. Si la función del consumidor es: $U(x, y) = 10x^{0,6}y^{0,4}$, se pide:

- Determinar el número de unidades de cada artículo que deberá comprar el consumidor para maximizar la utilidad.
- Calcule la utilidad máxima.
- Halle aproximadamente la variación en la utilidad máxima del consumidor si la renta disponible aumenta en una unidad.

EJERCICIO 11

La función de costes de una empresa:

$$C(x, y) = -x + (y - 1)^2 + 10$$

Donde x e y son las cantidades de los factores A y B que se utilizan para obtener el producto Q. Fijado el nivel de producción de Q en 9 unidades, la tecnología utilizada para alcanzar dicho nivel viene dada por la función de producción:

$$Q(x, y) = x^2 + (y - 1)^2 \quad \text{con } x \geq 0, y \geq 0$$

Calcular la elección óptima del empresario si su objetivo es determinar la combinación de factores que minimizan el coste de la empresa.

EJERCICIO 12

Resuelva el problema $\text{Min } 4x^2 + y^2$
Sujeto a $2x + y = 5000$

Indicando el valor del multiplicador asociado a la solución.

¿Cuál será el efecto sobre el valor de la función objetivo en el óptimo, si se incrementa en una unidad la constante de la restricción?



