



Qué vas a aprender.

Lo justo para los temas de optimización: qué es una **matriz**, cómo se calcula un **determinante** de orden 2 y de orden 3, y qué son los **menores principales**.

⚠ Lee esto antes de empezar.

De este tema **no hay preguntas directas** en el examen. Sin embargo, es la base imprescindible para resolver las que sí entran.

🌐 Mapa del bloque

🌐 Para qué sirve cada apartado

#	Apartado	Lo vas a usar sobre todo en...
1	Qué es una matriz	T8 (matriz hessiana)
2	Determinante de orden 2	T8 (dos variables)
3	Determinante de orden 3	T8 y T9 (tres variables · restricciones)
4	Menores principales	T8 y T9 (clasificar extremos)

💡 **Idea clave.** Aquí la matriz es solo una forma ordenada de escribir cuatro o nueve números, y el determinante es un **número** que se calcula con ellos. El álgebra de matrices se estudia en otra asignatura.

1 Qué es una matriz

Qué es

Una **matriz** es una tabla de números ordenados en **filas** (horizontales) y **columnas** (verticales). Una matriz con m filas y n columnas es de orden $m \times n$.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

El elemento a_{ij} está en la fila i y en la columna j : **primero la fila, después la columna**.

- Es **cuadrada** si tiene el mismo número de filas que de columnas. En esta asignatura solo aparecen cuadradas, de orden 2 y de orden 3.
- La **diagonal principal** la forman $a_{11}, a_{22}, a_{33} \dots$
- Es **simétrica** si $a_{ij} = a_{ji}$: los elementos que están enfrentados respecto de la diagonal principal son iguales.

Ejemplo resuelto

En la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, ¿cuánto vale el elemento a_{12} ?

Paso 1 · a_{12} está en la fila 1 y en la columna 2:

$$a_{12} = -1$$

Ejemplo resuelto

¿Es simétrica la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$?

Paso 1 · los elementos enfrentados respecto de la diagonal principal son $a_{12} = -1$ y $a_{21} = -1$. Son iguales:

A es simétrica

✓ EN RESUMEN

En a_{ij} , primero la fila y después la columna. Simétrica: $a_{ij} = a_{ji}$.

2 Determinante de orden 2

📌 Qué es

El **determinante** es un **número** que se asocia a una matriz cuadrada. Se escribe con barras, $|A|$ o $\det A$. Para una matriz de orden 2:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$$

Es el producto de la diagonal principal **menos** el producto de la otra diagonal.

⚠ **Cuidado.** Una matriz es una tabla y se escribe con paréntesis; su determinante es un número y se escribe con barras. No son lo mismo.

📌 Ejemplo resuelto

Calcula el determinante de $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Paso 1 · diagonal principal: $2 \cdot 3 = 6$.

Paso 2 · la otra diagonal: $(-1) \cdot (-1) = 1$.

Paso 3 · resto:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - (-1) \cdot (-1) = 6 - 1 \Rightarrow \boxed{5}$$

✓ EN RESUMEN

Orden 2: diagonal principal menos la otra diagonal, $ad - bc$. Atención a los signos.

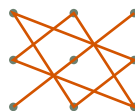
3 Determinante de orden 3

Regla de Sarrus

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \underbrace{a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}}_{\text{suman}} - \underbrace{(a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})}_{\text{restan}}$$



suman



restan

Suman la diagonal principal y sus dos paralelas; restan la otra diagonal y sus dos paralelas.

Ejemplo resuelto

Calcula el determinante $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

Paso 1 · los tres productos que **suman**:

$$1 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 2 + 0 \cdot (-1) \cdot 0 = 3 + 4 + 0 = 7$$

Paso 2 · los tres productos que **restan**:

$$0 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0 - 2 + 0 = -2$$

Paso 3 · resto:

$$7 - (-2) \Rightarrow \boxed{9}$$

✓ EN RESUMEN

Sarrus: tres productos suman y tres restan. Los ceros ahorran trabajo: un producto con un 0 vale 0.

4 Menores principales

Qué es

Los **menores principales** de una matriz cuadrada son los determinantes de las cajas que se forman empezando por la esquina superior izquierda y añadiendo cada vez una fila y una columna:

$$H_1 = a_{11} \quad H_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad H_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Lo que importa de ellos es su **signo**. En el Tema 8, con las derivadas segundas de una función se forma una matriz (la **matriz hessiana**), y el signo de sus menores principales decide si un punto es un máximo, un mínimo o ninguna de las dos cosas.

Ejemplo resuelto

Calcula los menores principales de $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Paso 1 · el primero es el elemento de la esquina:

$$H_1 = 2 > 0$$

Paso 2 · el segundo es el determinante de toda la matriz:

$$H_2 = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - (-1) \cdot (-1) = 5 > 0$$

Paso 3 · los dos son positivos:

$$H_1 = 2 > 0 \quad H_2 = 5 > 0$$

✓ EN RESUMEN

Menores principales: los determinantes que crecen desde la esquina superior izquierda. Importa su signo.

✓ Lo que no te puedes olvidar

Las dos fórmulas

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

✓ EN RESUMEN

Antes de pasar al Tema 2:

- Una **matriz** es una tabla; un **determinante** es un número.
- **Orden 2**: diagonal principal menos la otra diagonal.
- **Orden 3**: regla de Sarrus, tres productos suman y tres restan.
- **Menores principales**: desde la esquina superior izquierda. Se mira su signo.

