



Qué vas a aprender.

Amanejar con soltura lo que se usa en todos los temas: los **intervalos**, las **potencias** y las **raíces**, el **valor absoluto**, los **logaritmos** y los **símbolos** con los que se escriben las definiciones.

⚠ Lee esto antes de empezar.

De este tema **no hay preguntas directas** en el examen. Sin embargo, es la base imprescindible: para que el resultado de un límite, una derivada o una integral sea correcto, las operaciones con potencias, signos y fracciones tienen que estar bien hechas.

🌐 Mapa del bloque

🌐 Para qué sirve cada apartado

#	Apartado	Lo vas a usar sobre todo en...
1	Conjuntos de números e intervalos	T2 y T3 (dominios)
2	Fracciones y potencias	T6 (derivadas) · T10 (integrales)
3	Raíces y racionalizar	T4 (límites con raíces)
4	Valor absoluto	T4 (límites laterales)
5	Exponenciales y logaritmos	todos los temas
6	Notación matemática	T4 y T5 (definiciones)

💡 **Idea clave.** Aquí no hay nada nuevo: es lo que ya has visto antes, ordenado y reducido a lo que de verdad se usa en la asignatura. Cada apartado es una página: la regla y un ejemplo corto.

1 Conjuntos de números e intervalos

Qué es

Los números se agrupan en conjuntos, cada uno dentro del siguiente:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

- $\mathbb{N}$, **naturales**: 1, 2, 3, ...
- $\mathbb{Z}$, **enteros**: los naturales, sus opuestos y el 0.
- $\mathbb{Q}$, **racionales**: las fracciones de enteros, como $\frac{3}{4}$ o $-\frac{1}{2}$.
- $\mathbb{R}$, **reales**: los racionales y los que no se pueden escribir como fracción, como $\sqrt{2}$, π o e .

Un **intervalo** es un tramo de la recta real. El paréntesis deja fuera el extremo; el corchete lo incluye. El infinito va siempre con paréntesis.

(a, b)	$a < x < b$	abierto: sin los extremos
$[a, b]$	$a \leq x \leq b$	cerrado: con los extremos
$[a, b)$	$a \leq x < b$	con a , sin b
$(a, +\infty)$	$x > a$	todos los mayores que a
$(-\infty, b]$	$x \leq b$	todos los menores o iguales que b

La **unión** $A \cup B$ junta los dos conjuntos. La **intersección** $A \cap B$ se queda con lo que tienen en común. Quitar un punto se escribe $\mathbb{R} - \{2\} = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$.

Ejemplo resuelto

Escribe con intervalos el conjunto de los números reales que cumplen $x \leq -1$ o $x > 3$.

Paso 1 · $x \leq -1$ incluye el -1 : corchete. Es el intervalo $(-\infty, -1]$.

Paso 2 · $x > 3$ no incluye el 3: paréntesis. Es el intervalo $(3, +\infty)$.

Paso 3 · «o» significa **unión**:

$$(-\infty, -1] \cup (3, +\infty)$$

✓ EN RESUMEN

Paréntesis, el extremo **no** entra; corchete, **sí** entra. «O» es unión ($\cup$); «y» es intersección ($\cap$).

2 Fracciones y potencias

Fracciones y potencias

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd} \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Para sumar hace falta **denominador común**. Para multiplicar, no. Dividir es multiplicar en cruz.

Potencias

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

El **exponente negativo** no cambia el signo: pasa la potencia al denominador. Es lo que se usa para derivar e integrar: $\frac{1}{x^3} = x^{-3}$.

⚠ **Cuidado.** La potencia **no** se reparte en una suma: $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$.

Ejemplo resuelto

Simplifica $\frac{x^3 \cdot x^{-5}}{x^{-4}}$.

Paso 1 · arriba sumo los exponentes (producto) y después resto el de abajo (cociente):

$$\frac{x^3 \cdot x^{-5}}{x^{-4}} = \frac{x^{3-5}}{x^{-4}} = \frac{x^{-2}}{x^{-4}} = x^{-2-(-4)} \Rightarrow \boxed{x^2}$$

Ejemplo resuelto

Calcula $\frac{2}{3} + \frac{5}{4}$.

Paso 1 · denominador común $3 \cdot 4 = 12$:

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 5 \cdot 3}{12} = \frac{8 + 15}{12} \Rightarrow \boxed{\frac{23}{12}}$$

✓ EN RESUMEN

Al multiplicar potencias de la misma base se **suman** los exponentes; al dividir, se **restan**. Exponente negativo: al denominador.

3 Raíces y racionalizar

Raíces y racionalización

Una **raíz** es una potencia de exponente fraccionario. Con eso, todas las reglas de las potencias valen también para las raíces:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \quad \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{2}} \quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

! Cuidado. La raíz **no** se reparte en una suma: $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Racionalizar es quitar las raíces del denominador sin cambiar el valor de la fracción.

1. Si abajo hay **una raíz sola**, se multiplica arriba y abajo por esa raíz, y después se simplifica:

$$\frac{a}{\sqrt{a}} = \frac{a}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{a \cdot \sqrt{a}}{(\sqrt{a})^2} = \frac{a \cdot \sqrt{a}}{a} = \sqrt{a}$$

2. Si abajo hay **una suma o una resta con raíz**, se multiplica arriba y abajo por el **conjugado** (lo mismo con el signo del medio cambiado), porque suma por diferencia quita la raíz: $(\sqrt{a}+b) \cdot (\sqrt{a}-b) = a-b^2$.

Ejemplo resuelto

Racionaliza $\frac{6}{\sqrt{7}-2}$.

Paso 1 · multiplico arriba y abajo por el conjugado del denominador, $\sqrt{7}+2$. La fracción no cambia, porque es multiplicar por 1:

$$\frac{6}{\sqrt{7}-2} = \frac{6}{\sqrt{7}-2} \cdot \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}+2} = \frac{6 \cdot (\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2) \cdot (\sqrt{7}+2)}$$

Paso 2 · abajo queda suma por diferencia, que es diferencia de cuadrados. La raíz desaparece:

$$(\sqrt{7}-2) \cdot (\sqrt{7}+2) = (\sqrt{7})^2 - 2^2 = 7 - 4 = 3$$

Paso 3 · sustituyo el denominador y simplifico 6 entre 3:

$$\frac{6 \cdot (\sqrt{7}+2)}{3} = 2 \cdot (\sqrt{7}+2) \Rightarrow \boxed{2\sqrt{7}+4}$$

EN RESUMEN

Para quitar una raíz de un denominador con suma o resta, se multiplica arriba y abajo por el **conjugado**.

4 Valor absoluto

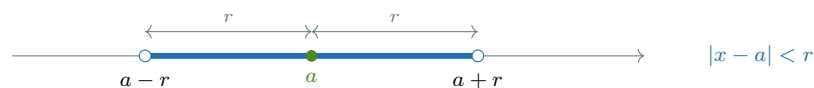
Qué es

El **valor absoluto** de un número es el mismo número sin signo. Es una función **a trozos**:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$|x - a|$ es la **distancia** entre x y a en la recta real. Por eso:

$$|x - a| < r \iff a - r < x < a + r \qquad |x - a| > r \iff x < a - r \text{ O } x > a + r$$



Ejemplo resuelto

Escribe $|x - 3|$ **sin valor absoluto.**

Paso 1 · lo de dentro, $x - 3$, cambia de signo en $x = 3$:

$$|x - 3| = \begin{cases} x - 3 & \text{si } x \geq 3 \\ -(x - 3) = 3 - x & \text{si } x < 3 \end{cases}$$

Paso 2 · para $x \geq 3$ lo de dentro es positivo y se queda igual; para $x < 3$ es negativo y cambia de signo.

Ejemplo resuelto

Resuelve $|x - 3| < 2$.

Paso 1 · $|x - 3| < 2$ son los puntos que están a menos de 2 unidades del 3:

$$3 - 2 < x < 3 + 2 \implies 1 < x < 5, \text{ es decir, } x \in (1, 5)$$

✓ EN RESUMEN

$|x|$ vale x si es positivo y $-x$ si es negativo. $|x - a| < r$ es el intervalo de centro a y radio r .

5 Exponenciales y logaritmos

Qué es

Se llama **logaritmo en base a** del número y al exponente x al que hay que elevar la base para obtener y :

$$x = \log_a y \iff a^x = y \quad a > 0, a \neq 1$$

El logaritmo es la función **inversa** de la exponencial: una deshace lo que hace la otra. Los que más se usan son el de base e , el **logaritmo neperiano**, $\ln x = \log_e x$, y el de base 10, el **logaritmo decimal**, que se escribe sin base: $\log x = \log_{10} x$.

$$\ln e^x = x \quad e^{\ln x} = x \quad \ln 1 = 0 \quad \ln e = 1$$

Solo existe el logaritmo de números **positivos**: $\ln x$ exige $x > 0$.

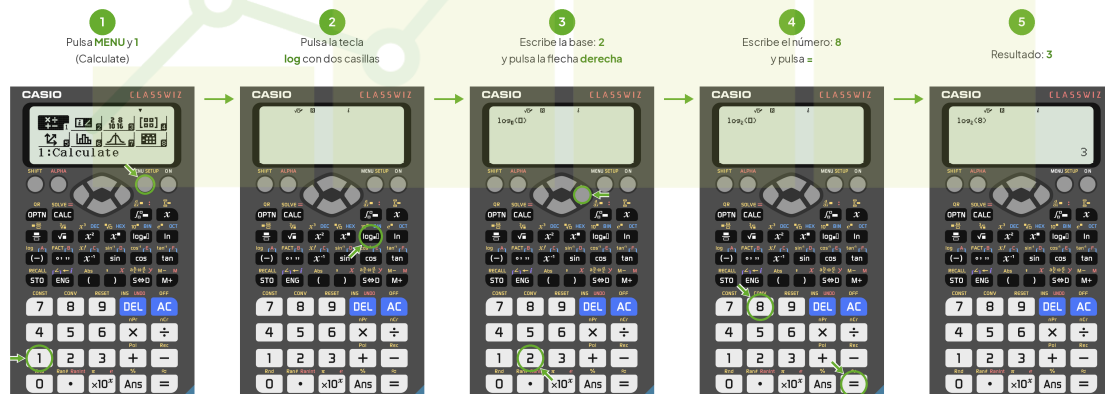
Ejemplo resuelto

Calcula $\log_2 8$.

Paso 1 · $\log_2 8$ es el exponente al que hay que elevar 2 para obtener 8. Como $2^3 = 8$:

$$\log_2 8 = 3$$

log₂ 8 con la calculadora



1. Pula MENU y 1 (Calculate)

2. Pula la tecla $\log$ con dos casillas

3. Escribe la base: 2 y pulsa la flecha derecha

4. Escribe el número: 8 y pulsa =

5. Resultado: 3

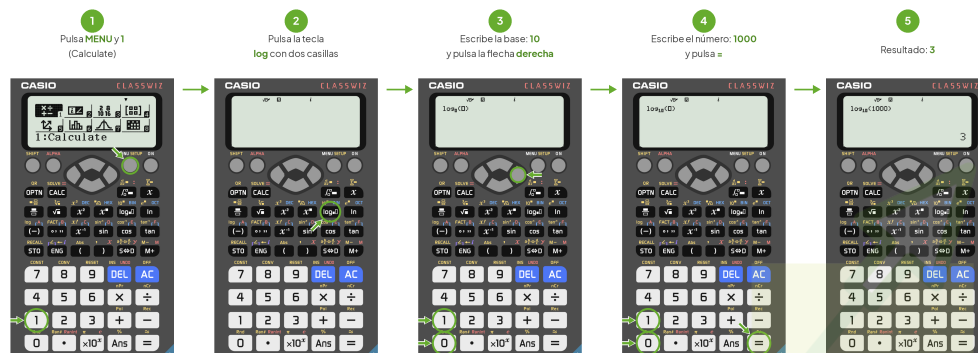
Ejemplo resuelto

Calcula $\log 1000$.

Paso 1 · no lleva base escrita: es un logaritmo en base 10. Busco el número al que hay que elevar 10 para obtener 1000. Como $10^3 = 1000$:

$$\log 1000 = 3$$

$\log 1000$ con la calculadora · se escribe la base 10



Propiedades

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

El logaritmo convierte productos en sumas, cocientes en restas y potencias en productos.

! Cuidado. El logaritmo de una suma **no** es la suma de logaritmos: $\ln(x + y) \neq \ln x + \ln y$.

Ejemplo resuelto

Simplifica $\ln(x^2) + \ln \frac{1}{x}$.

Paso 1 · suma de logaritmos, logaritmo del producto. Después simplifico lo de dentro, $x^2 \cdot \frac{1}{x} = x$:

$$\ln(x^2) + \ln \frac{1}{x} = \ln\left(x^2 \cdot \frac{1}{x}\right) \Rightarrow \boxed{\ln x}$$

EN RESUMEN

$\log_a y$ es el número al que hay que **elevar** a para obtener y . Logaritmo y exponencial se deshacen entre sí.

6 Notación matemática

Los símbolos que vas a encontrar

Símbolo	Se lee	Ejemplo
$\in \notin$	pertenece · no pertenece	$2 \in \mathbb{N} \cdot \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$
$\subset$	está contenido en	$\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$
$\forall$	para todo	$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$
$\exists \nexists$	existe · no existe	$\exists x \in \mathbb{R} \text{ tal que } x^2 = 4$
$/ \text{ o } :$	tal que	$\{x \in \mathbb{R} / x > 0\}$
$\Rightarrow$	implica (si... entonces...)	$x > 2 \Rightarrow x > 0$
$\Leftrightarrow$	si y solo si (equivale a)	$x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$
∞	infinito (no es un número)	$(0, +\infty)$
Δx	incremento de x	$\Delta x = x_2 - x_1$

El **sumatorio** Σ es una suma abreviada. Se da valores enteros al índice, desde el de abajo hasta el de arriba, y se suma:

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

Ejemplo resuelto

Calcula $\sum_{k=1}^4 k^2$.

Paso 1 · doy a k los valores 1, 2, 3 y 4, y sumo:

$$\sum_{k=1}^4 k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 1 + 4 + 9 + 16 \Rightarrow \boxed{30}$$

✓ Lo que no te puedes olvidar

📋 Los errores que más se repiten

Está mal

⚠ $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$

⚠ $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⚠ $\ln(x + y) \neq \ln x + \ln y$

⚠ $a^{-n} \neq -a^n$

⚠ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \neq \frac{a + c}{b + d}$

Lo correcto

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

no se puede repartir

$$\ln(x \cdot y) = \ln x + \ln y$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$$

✓ EN RESUMEN

Antes de pasar al bloque de polinomios:

- **Intervalos:** paréntesis sin el extremo, corchete con el extremo.
- **Potencias y raíces:** $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ y $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$. Todo lo demás sale de las reglas de las potencias.
- **Valor absoluto:** es una función a trozos, que cambia donde se anula lo de dentro.
- **Logaritmo:** $\log_a y$ es el número al que hay que elevar a para obtener y . Solo existe para números positivos.