

TEMA 2

LA MAXIMIZACIÓN DEL BENEFICIO



Índice

2.1 Los beneficios..... 4

2.2 La organización de las empresas..... 5

2.3 Los beneficios y el valor en bolsa..... 6

2.4 Las fronteras de la empresa..... 7

2.5 Los factores fijos y variables..... 8

2.6 Maximización del beneficio a corto plazo..... 9

2.7 Estática comparativa..... 11

2.8 La maximización del beneficio a largo plazo..... 13

2.9 La curva de demanda inversa de factores..... 14

2.10 La maximización del beneficio y los rendimientos de escala..... 15

2.11 La rentabilidad revelada..... 18

2.12 La minimización del coste..... 20



Introducción

En este tema estudiamos cómo una empresa elige la cantidad de factores de producción y el nivel de producción que maximizan su beneficio económico. Partimos de la definición correcta de coste —incluyendo los costes de oportunidad— y avanzamos hacia las condiciones matemáticas que caracterizan la elección óptima, tanto a corto como a largo plazo.

Al finalizar el tema serás capaz de:

- Distinguir entre beneficio contable y beneficio económico.
- Explicar la separación entre propiedad y control en las sociedades anónimas.
- Relacionar el valor en bolsa de una empresa con el valor actual de sus beneficios futuros.
- Resolver el problema de maximización del beneficio a corto y a largo plazo mediante la condición **valor del producto marginal = precio del factor**.
- Aplicar la lógica de la estática comparativa y del axioma débil de la maximización del beneficio.
- Entender por qué maximizar el beneficio implica minimizar el coste de producción.



2.1 Los beneficios

El beneficio (π) se define como ingresos menos costes. La clave del apartado no está en la fórmula, sino en qué se considera coste: **hay que incluir todos los factores de producción, aunque no impliquen un pago en efectivo.**

$$\pi = \sum p_i y_i - \sum w_j x_j$$

El problema de los factores «propios»

Si el dueño de la empresa también trabaja en ella, o si un agricultor usa su propia tierra, esos factores sí cuentan como coste, aunque no se paguen explícitamente. La razón es que tienen un valor de mercado: el salario que el dueño podría ganar trabajando para otro, o el alquiler que el agricultor podría cobrar si arrendara su tierra.

Coste de oportunidad

Esta es la idea central del apartado: el coste económico de usar un factor no es lo que se pagó por él originalmente, sino lo que se renuncia a ganar por no usarlo de otra forma. De ahí surge la distinción clave:

- **Beneficio contable:** usa costes históricos (lo que costó el factor cuando se compró).
- **Beneficio económico:** usa costes de oportunidad (lo que costaría hoy, o lo que se deja de ganar).

En el curso siempre trabajaremos con la definición económica del beneficio.

Benef < 2300

Ejemplo del día a día

Imagina que dejas tu trabajo como asalariado (donde ganabas 1.800 €/mes) para montar tu propia cafetería en un local que ya era de tu familia. Al cabo del mes, la cafetería te deja 3.000 € de beneficio contable. Pero tu beneficio económico debe descontar también los 1.800 € de salario al que renuncias y, supongamos, 500 € de alquiler que podrías cobrar por el local si lo arrendaras a otro negocio. Tu beneficio económico real es $3.000 - 1.800 - 500 = 700$ €, muy inferior al contable. Si la cafetería generase menos de 2.300 € contables al mes, estarías perdiendo dinero en términos económicos, aunque contablemente parezca que ganas.

Benef Contable = 3000 €

3000 - 1800 - 500

2300 € = 700

Preguntas de repaso

1. ¿Por qué el trabajo del propietario en su propia empresa se considera un coste, aunque no reciba un salario explícito?
2. Explica con tus palabras la diferencia entre beneficio contable y beneficio económico.
3. ¿Qué definición de beneficio se utiliza a lo largo de este curso y por qué?

Benef Contable = 3000 € 2500 + 1000 = 3500

Propietario ganaba 2500 € en otra empresa.
localizaba

Renuncia por montar negocio



2.2 La organización de las empresas

Este apartado clasifica a las empresas según su forma jurídica y muestra cómo esa estructura afecta a quién controla las decisiones.

Los tres tipos de empresa

- **Propiedad individual:** una sola persona; la empresa suele estar ligada a la vida del dueño.
- **Sociedad colectiva:** dos o más personas; la empresa dura mientras viva al menos una de ellas.
- **Sociedad anónima:** pertenece a varias personas, pero tiene personalidad jurídica propia, independiente de sus propietarios.

La diferencia clave de la sociedad anónima es que existe como entidad separada de quienes son dueños en cada momento: cuando un accionista vende sus acciones o muere, la empresa sigue funcionando. Por eso la mayoría de las grandes empresas adoptan esta forma: necesitan estabilidad a largo plazo que no dependa de individuos concretos.

La idea central: propiedad vs. control

- Propiedad individual / sociedad colectiva → el dueño suele gestionar directamente su empresa. No hay separación entre quién es dueño y quién decide.
- Sociedad anónima → los propietarios (accionistas) normalmente no dirigen el día a día; contratan directivos para eso.

Esto crea la llamada separación entre propiedad y control, que obliga a los propietarios a (1) definir qué objetivos deben perseguir los directivos —normalmente, maximizar beneficios— y (2) verificar que realmente lo hacen. El directivo podría tener intereses propios (por ejemplo, hacer crecer la empresa por prestigio, aunque no maximice el beneficio de los accionistas). Este conflicto es el llamado problema de agencia: el propietario es el «principal» y el directivo, el «agente».



Ejemplo del día a día

Cuando compras unas acciones de Inditex a través de tu bróker, te conviertes en copropietario de la empresa, pero no tienes ningún poder sobre las decisiones diarias de las tiendas: eso lo deciden los directivos contratados. Si esos directivos deciden abrir tiendas muy caras solo para prestigio, aunque no sean rentables, estás sufriendo en primera persona el problema de agencia.

Preguntas de repaso

1. ¿Qué diferencia fundamental existe entre una sociedad anónima y una propiedad individual en cuanto a su continuidad?
2. ¿Qué se entiende por «separación entre propiedad y control»?
3. Describe en qué consiste el problema de agencia y quiénes son el «principal» y el «agente».



$$B_{\text{banco}} = 5000 \quad i = 2\%$$
$$B = \frac{5000}{(1+0.02)^3} =$$



2.3 Los beneficios y el valor en bolsa

Este apartado conecta dos ideas nuevas —el tiempo y la incertidumbre— y explica por qué «maximizar beneficios» es, en realidad, una simplificación de algo más complejo.

El problema del tiempo

Muchas decisiones de la empresa (construir una fábrica, por ejemplo) generan costes hoy pero beneficios durante décadas. Para comparar flujos de dinero de momentos distintos hace falta traerlos todos a un mismo punto en el tiempo: eso es el valor actual. La empresa puede usar el tipo de interés de mercado para hacer esta conversión.

Sin incertidumbre: beneficio = valor en bolsa

Si se conociera con certeza todo el flujo futuro de beneficios de una empresa: **valor actual de la empresa = lo que alguien estaría dispuesto a pagar por ella**. Como las sociedades anónimas dividen su propiedad en acciones, el precio de esas acciones en bolsa refleja exactamente ese valor actual de los beneficios futuros esperados. Por eso, en un mundo sin incertidumbre: **maximizar beneficios (en valor actual) = maximizar el valor en bolsa**.

Con incertidumbre, el objetivo se complica

Pero en el mundo real hay incertidumbre (no sabemos si habrá una crisis, si cambiarán las modas o si saldrá un nuevo competidor). Aquí es donde la regla simple de «maximizar beneficios» deja de estar clara por varias razones:

1. ¿Qué beneficio intentamos maximizar? ¿El beneficio promedio que esperamos obtener (beneficio esperado)? ¿O preferimos asegurar una ganancia menor pero sin correr riesgos?
2. La actitud ante el riesgo varía: los dueños o accionistas pueden ser muy cautos o muy arriesgados (pueden tener aversión al riesgo). Una inversión muy arriesgada podría prometer beneficios gigantescos, pero también la quiebra. Cuando hay incertidumbre todo se complica, incluso la noción de qué beneficio queremos maximizar.

Ejemplo del día a día

Cuando una empresa como Tesla anuncia un proyecto de fábrica que tardará años en dar beneficios, su cotización en bolsa puede subir de inmediato: el mercado está descontando (trayendo a valor actual) los beneficios futuros esperados de esa inversión, no los beneficios de hoy.

Preguntas de repaso

1. ¿Qué es el «valor actual» y por qué es necesario para comparar flujos de dinero en distintos momentos?
2. En un mundo sin incertidumbre, ¿por qué maximizar beneficios equivale a maximizar el valor en bolsa?
3. ¿Por qué la incertidumbre complica la idea de «maximizar beneficios»?



2.4 Las fronteras de la empresa

Este apartado gira en torno a una pregunta práctica que toda empresa enfrenta constantemente: ¿producir internamente o comprar a un proveedor externo? No es un dilema exclusivo de bienes físicos: se aplica igual a servicios (comedor, limpieza, contabilidad...) y, en sentido amplio, a casi cualquier decisión empresarial.

El factor del tamaño

El tamaño de la empresa condiciona qué opciones son viables. Una empresa pequeña no puede permitirse tener su propia cafetería —no tiene escala para justificarlo—. Una empresa grande sí podría, pero aun así debe decidir si le conviene, y eso depende de qué alternativas externas tenga disponibles.

La pieza clave: la estructura del mercado

Lo que realmente determina si conviene producir dentro o comprar fuera no es el bien o servicio en sí, sino la estructura del mercado en el que se podría comprar externamente. Cuanta más competencia haya entre proveedores externos, más conviene comprar fuera; cuanto menos competencia haya, más conviene producir internamente, aunque sea de forma menos eficiente. A continuación ordenamos, de mejor a peor, las tres situaciones posibles:

- **Mercado competitivo externo** (mejor opción): muchos proveedores compitiendo por el negocio de la empresa → precios bajos, buena calidad.
- **Monopolio interno** (segunda mejor opción): la empresa provee el servicio ella misma, sin competencia, pero al menos controla la calidad y el dinero se queda «en casa».
- **Monopolio externo** (peor opción): un único proveedor externo, sin competencia → precios altos y/o mal servicio, y además el dinero sale de la empresa.

La lógica es la misma que ya conocemos: la competencia disciplina precios y calidad. Un monopolio, sea interno o externo, no tiene esa presión, y esa diferencia se nota en los precios y en la cantidad ofrecida. La diferencia entre monopolio interno y externo es que, con el interno, «el dinero se queda dentro de la empresa» —aunque el servicio sea malo, no hay transferencia de rentas hacia fuera.

Ejemplo del día a día

Una universidad grande en una ciudad puede tener decenas de proveedores de reprografía compitiendo (escenario 1, el bueno); en cambio, una escuela rural pequeña puede quedar atrapada con un único proveedor caro (escenario 3, el malo). No es que una decida mejor que otra: es el entorno el que les da opciones distintas.

Preguntas de repaso

1. ¿Por qué el tamaño de una empresa condiciona sus decisiones de «hacer o comprar»?
2. Ordena de mejor a peor las tres estructuras de mercado para abastecer un servicio y explica por qué.
3. ¿Qué diferencia hay entre un monopolio interno y uno externo en cuanto al destino del dinero?

2.5 Los factores fijos y variables

Retomamos la distinción corto plazo–largo plazo y la conectamos con las decisiones de beneficios, añadiendo un matiz nuevo: los factores cuasifijos.

Factor fijo vs. factor variable

- **Factor fijo:** su cantidad está atada por contrato u otra obligación durante un periodo concreto (ejemplo típico: el alquiler de un edificio).
- **Factor variable:** la empresa puede ajustar su cantidad libremente.

Corto plazo vs. largo plazo

- Corto plazo = existen factores fijos.
- Largo plazo = todos los factores son variables (incluso el alquiler del edificio se puede renegociar o no renovar).

No hay una frontera temporal fija entre ambos —no es «seis meses son corto plazo y dos años son largo plazo». Depende del contexto: un contrato de electricidad puede renegociarse en semanas, pero uno de arrendamiento puede atar durante años. Lo que define el plazo es si el factor en cuestión sigue siendo fijo o no para el problema que se está analizando.

La consecuencia sobre el beneficio mínimo

- A largo plazo, como todo es variable, la empresa siempre puede optar por no usar ningún factor y cerrar. El peor resultado posible es beneficio cero.
- A corto plazo, la empresa está atada a pagar los factores fijos aunque decida no producir nada, así que **sí es posible tener beneficios negativos**.

Los factores cuasifijos

Un factor fijo de verdad se paga siempre, produzcas o no (el alquiler). Un factor cuasifijo solo se paga si produces algo, pero una vez que produces, se necesita en una cantidad fija independientemente de cuánto produzcas.

Ejemplo del día a día

La iluminación de una fábrica es un factor cuasifijo: si la fábrica está cerrada no gastas en luz, pero en cuanto abre y produce cualquier cantidad **positiva**, necesita encender las luces —y ese gasto no depende de si produce 10 unidades o 1.000.

Preguntas de repaso

1. ¿Qué distingue a un factor fijo de un factor cuasifijo?
2. ¿Por qué a corto plazo es posible tener beneficios negativos, pero a largo plazo no?
3. Pon un ejemplo propio (distinto al del alquiler) de un factor fijo y explica por qué lo es.

2.6 Maximización del beneficio a corto plazo

factor $\bar{x}_2$ fijo



La idea central es «producir hasta que el ingreso marginal iguale al coste marginal», que es la base de la maximización del beneficio cuando un factor es fijo y el otro variable (el caso de corto plazo del apartado anterior).

$$\pi = \text{Ingresos} - \text{costes}$$

El problema

$$B = \pi = p \cdot f(x_1, \bar{x}_2) - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2 //$$

Con el factor 2 fijo en $\bar{x}_2$, la empresa solo puede elegir x_1 para maximizar el beneficio.

La condición óptima: valor del producto marginal = precio del factor

$$p \cdot PM_1(x_1, \bar{x}_2) = w_1 //$$

El razonamiento es el argumento marginal clásico: si aumentas x_1 en Δx_1 , obtienes $\Delta y = PM_1 \cdot \Delta x_1$ unidades adicionales, que valen $p \cdot PM_1 \cdot \Delta x_1$ en ingresos, pero contratar ese Δx_1 cuesta $w_1 \cdot \Delta x_1$. Si $p \cdot PM_1 > w_1$ conviene seguir aumentando x_1 ; si $p \cdot PM_1 < w_1$ conviene reducirlo; solo cuando $p \cdot PM_1 = w_1$ se ha llegado al óptimo.

La recta isobeneficio: deducción paso a paso

Partimos de la propia definición de beneficio y despejamos y (la producción) para ver qué combinaciones de x_1 e y dan un beneficio constante π . Este es precisamente el desarrollo matemático que conviene ver explícito, paso a paso:

Paso 1 — Partimos de: $\pi = p \cdot y - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$

Paso 2 — Despejamos $p \cdot y$: $p \cdot y = \pi + w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2$

Paso 3 — Dividimos entre p : $y = \pi/p + (w_2/p) \bar{x}_2 + (w_1/p) x_1$

Esta última ecuación es la recta isobeneficio: para cada nivel de beneficio π fijo, describe todas las combinaciones (x_1, y) que lo generan. Es una recta en el plano (x_1, y) con dos elementos clave:

- **Pendiente:** w_1/p — constante, no depende de π . Es la relación entre el precio del factor y el precio del producto.
- **Ordenada en el origen:** $\pi/p + w_2 \bar{x}_2/p$ — esta es la que sí varía con π . Como los costes fijos $(w_2 \bar{x}_2/p)$ son constantes, cuanto mayor es π , más alta está la recta.

Como la pendiente es la misma para todos los niveles de beneficio, variar π genera una familia de rectas paralelas: las rectas isobeneficio. Cada una representa un nivel de beneficio distinto, y las rectas más altas (mayor ordenada en el origen) corresponden a beneficios mayores.

El óptimo: tangencia entre la recta isobeneficio y la función de producción

El problema de maximización del beneficio consiste en encontrar, sobre la curva de producción $y = f(x_1, \bar{x}_2)$, el punto que toca la recta isobeneficio más alta posible. Gráficamente, ese punto se caracteriza por una condición de tangencia: la pendiente de la función de producción (que es el producto marginal, PM_1) debe coincidir con la pendiente de la recta isobeneficio (w_1/p). Por eso la condición óptima puede escribirse de dos formas equivalentes:

$$PM_1 = w_1/p \iff p \cdot PM_1 = w_1 \Rightarrow p \pi_1 = \frac{w_1}{p}$$



Cuerpo al problema

factores $\begin{cases} x_1 \sim L \\ \bar{x}_2 \sim K \end{cases}$



$$B = I - \text{Costes}$$

$$Q = f(x_1, \bar{x}_2) = \underline{f(x_1, \bar{x}_2)}$$

$$I = \text{precio} \times \text{cantidad} = P \cdot f(x_1, \bar{x}_2)$$

$$\text{Costes} = w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2$$

x_1 tiene un precio w_1
 $\bar{x}_2$ tiene un precio w_2

Notas la derivada de la
función de producción es el
Producto marginal

$$B = P \cdot \underbrace{f(x_1, \bar{x}_2)}_Q - \underbrace{w_1 x_1} - \underbrace{w_2 \bar{x}_2}$$

Condición de optimalidad

$$\text{Derivar } x_2 = 0$$

$$B' = P \cdot f'_{x_1}(x_1, \bar{x}_2) - w_1 = 0$$

$$P \cdot P\pi_1 - w_1 = 0 \Rightarrow$$

$$P \cdot P\pi_1 = w_1$$

precio
Cant.
Producción
último
trabajo

$P \cdot P\pi_1$ = valor de la producción último trabajador

w_1 = salario de ese trabajador



Recta isobeneficio

$y = \text{cantidad producida}$

definir beneficio $\pi = P \cdot f(x_1, \bar{x}_2) - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$

$$* \pi = P \cdot y - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$$

$\pi = \text{cte}$ buscamos combinaciones de (x_1, y)

que nos proporcionen un beneficio $= \pi$.

* despejar y

$$\pi + w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2 = P y$$

$$P y = \pi + w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2$$

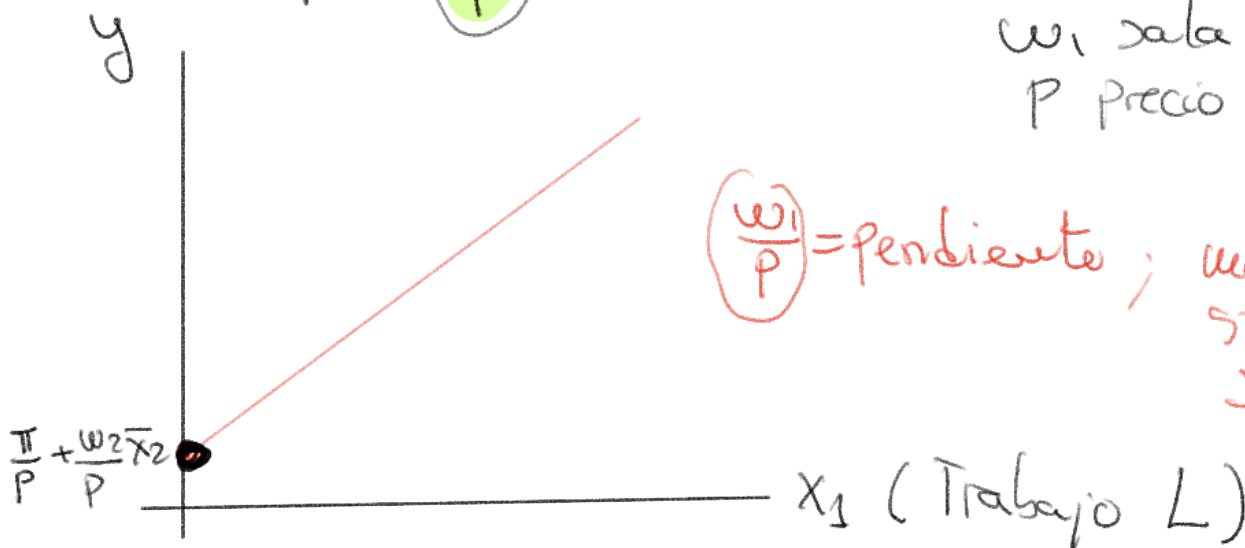
$$y = \frac{\pi}{P} + \frac{w_1 x_1}{P} + \frac{w_2 \bar{x}_2}{P}$$

$$y = \frac{\pi}{P} + \frac{w_1}{P} x_1 + \frac{w_2}{P} \bar{x}_2$$

$$\frac{2 \cdot x}{3} = \frac{2 \cdot x}{3}$$

$w_1 \text{ salario} > 0$
 $P \text{ precio venta} > 0$

$\left(\frac{w_1}{P}\right) = \text{pendiente}$; cuanto más grande sea $\frac{w_1}{P}$ más se inclina

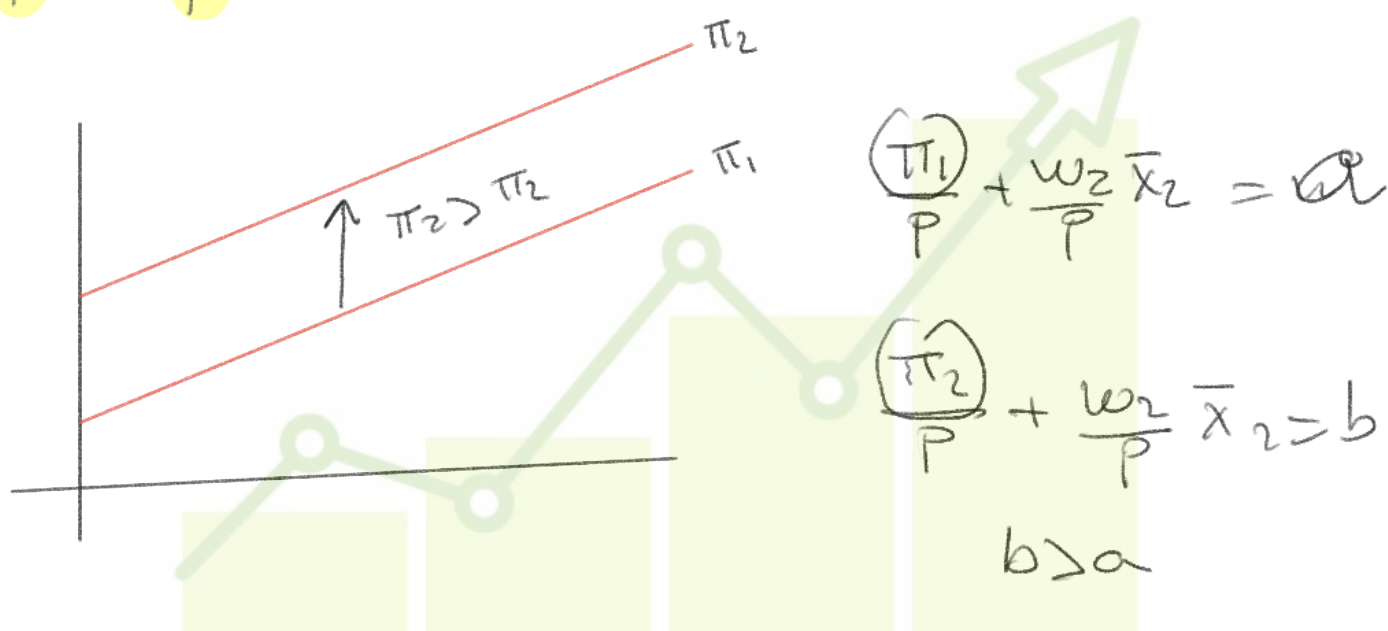


$$y = \underbrace{\frac{w_1}{P} x_1 + \frac{\pi}{P} + \frac{w_2}{P} \bar{x}_2}_{\text{punto corte eje } y}$$

inclinación

$\frac{w_1}{P} \rightarrow$ pendiente $\rightarrow$ inclinación

$\frac{\pi}{P} + \frac{w_2}{P} \bar{x}_2 \rightarrow$ ordenada en origen



$$PM_1 = \frac{w_1}{P}$$

$PM_1 = f_{x_1}(x_1, \bar{x}_2) =$ pend función = inclinación de la función

$\frac{w_1}{P} =$ pend. recta isobeneficio

Figura 2.1 · La maximización del beneficio

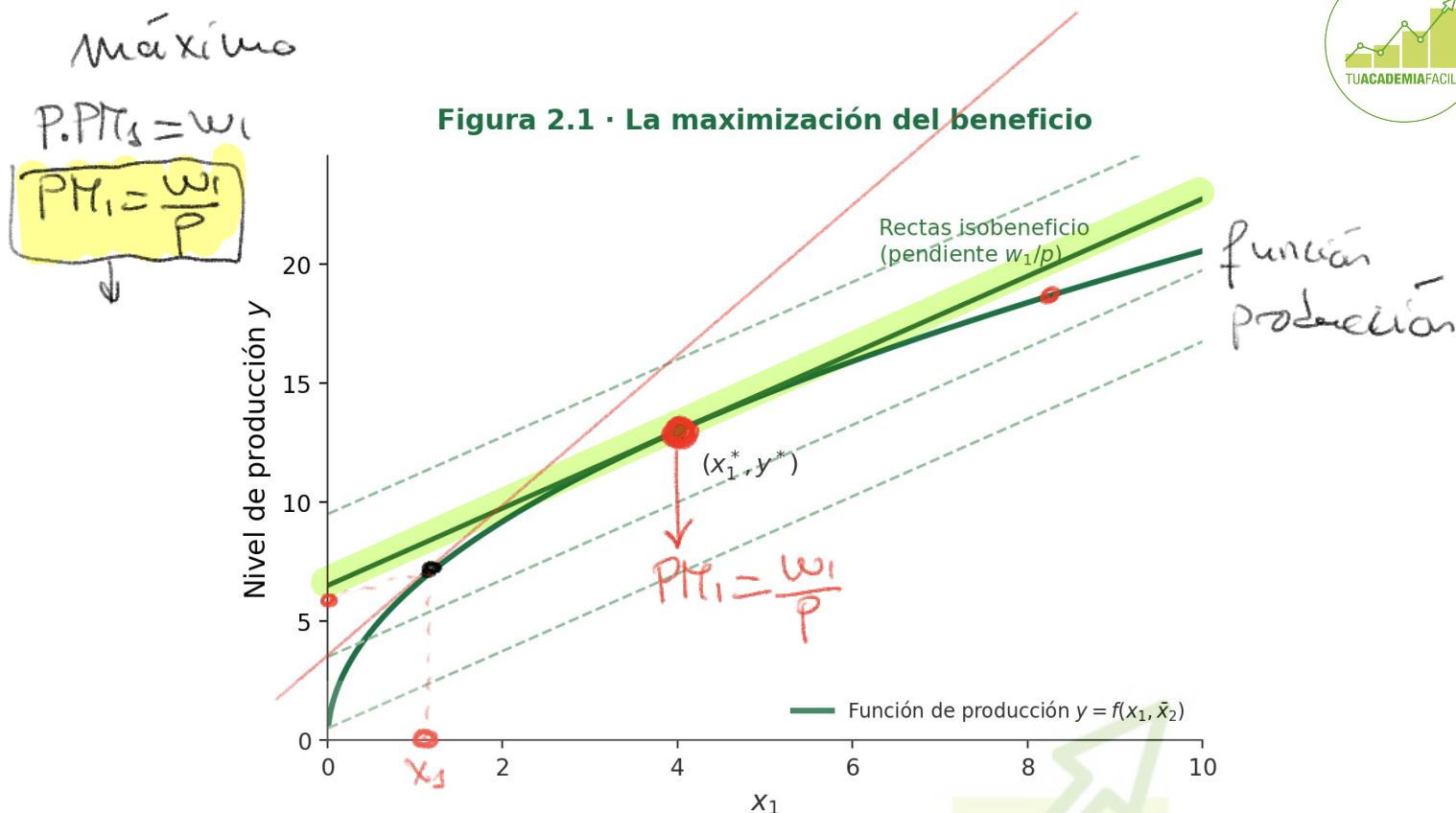


Figura 2.1 · La recta isobeneficio más alta que aún toca la función de producción determina simultáneamente x_1^* y el beneficio máximo.

💡 Ejemplo del día a día

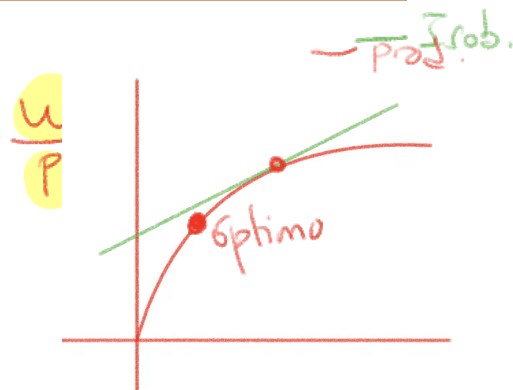
Un restaurante con un local ya alquilado (factor fijo) decide cuántos camareros contratar hoy (factor variable). Seguirá contratando camareros mientras cada uno nuevo aporte, en ventas adicionales, más de lo que cuesta su sueldo; en cuanto un camarero extra aporte menos ingreso del que cuesta, la contratación se detiene: ese es el punto $p \cdot PM_1 = w_1$.

📌 Preguntas de repaso

1. Deduce paso a paso la ecuación de la recta isobeneficio a partir de $\pi = p \cdot y - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$.
2. ¿Qué representa la pendiente de las rectas isobeneficio y por qué es constante?
3. ¿Por qué el punto óptimo debe ser un punto de tangencia entre la recta isobeneficio y la función de producción?

$p \cdot PM_1 > w_1$ contrato

$PM_1 = w_1$ límite



2.7 Estática comparativa

Este apartado responde a la pregunta: ¿qué pasa con la elección óptima cuando cambian los precios? Es la parte de «estática comparativa»: comparar el equilibrio antes y después de un cambio, sin preocuparse por la transición.

La pendiente es la clave

La recta isobeneficio tiene pendiente w_1/p . Todo el razonamiento gira en torno a esa fracción: cualquier cosa que la cambie, mueve el punto de tangencia; cualquier cosa que no la afecte, deja todo igual.

- **Sube el precio del factor 1 (w_1):** la pendiente w_1/p aumenta → la recta se vuelve más inclinada. Como la función de producción es cóncava, una recta más inclinada solo puede ser tangente más a la izquierda → menos x_1 .

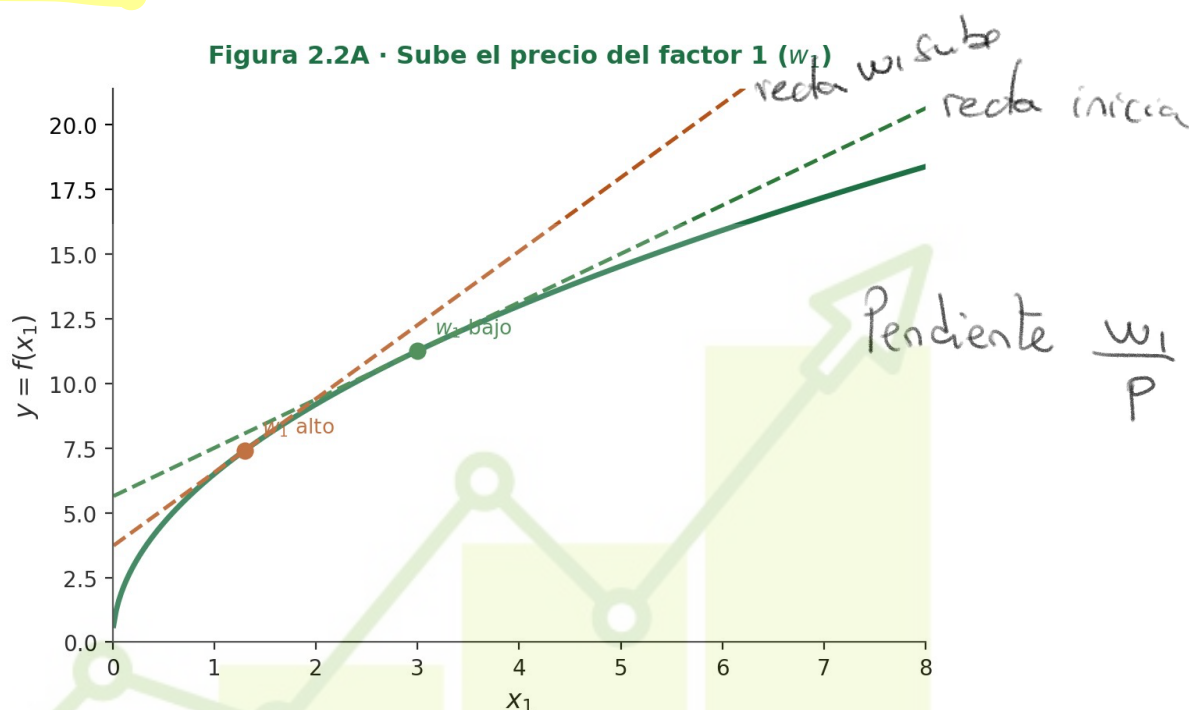
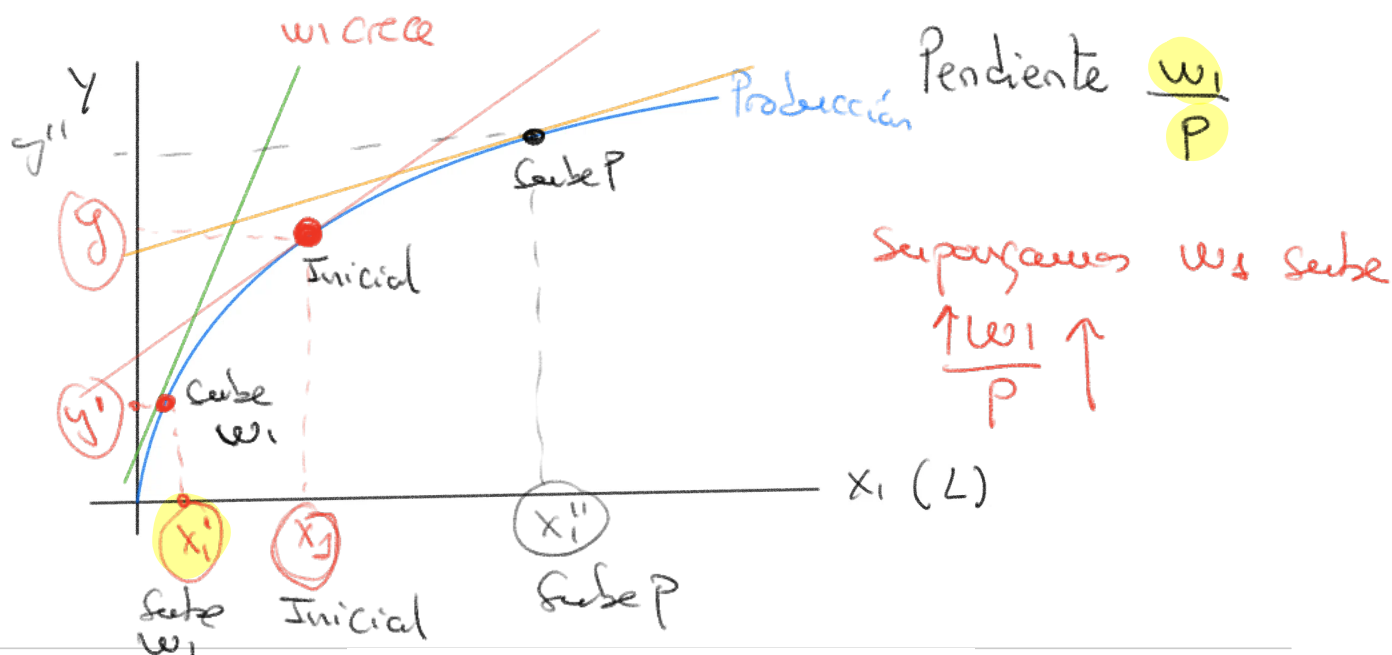


Figura 2.2A · Cuando sube w_1 , la recta isobeneficio se inclina más y la tangencia se desplaza hacia la izquierda: descende la demanda del factor 1.

- **Sube el precio del producto (p):** la pendiente disminuye → el punto de tangencia se desplaza a la derecha → tanto la cantidad producida como la cantidad demandada del factor 1 son mayores.



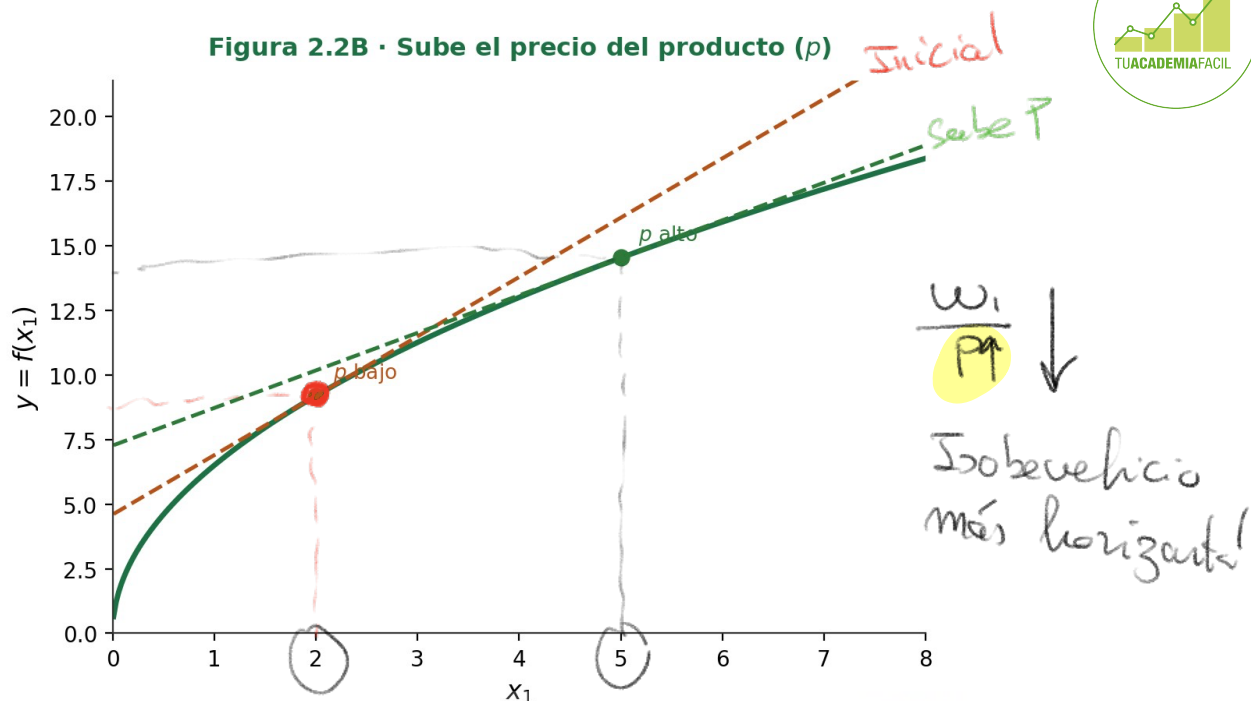


Figura 2.2B · Cuando sube el precio del producto, la recta isobeneficio se hace menos inclinada: aumentan tanto x_1 como la oferta del bien.

💡 Ejemplo del día a día

Si el precio de la harina (factor) sube, una panadería reduce la cantidad de harina que utiliza (y por tanto de pan que produce) para no perder beneficio. Si, en cambio, sube el precio de venta del pan (el producto), a la panadería le compensa producir más pan y usar más harina.

📝 Preguntas de repaso

1. ¿Qué le ocurre a la cantidad demandada de un factor cuando sube su propio precio? Justifícalo con la pendiente de la recta isobeneficio.
2. ¿Qué le ocurre a la producción óptima cuando sube el precio del producto final?
3. ¿Por qué se llama «estática» comparativa a este análisis, y no «dinámica»?

$$\frac{w_1 \uparrow}{p} \text{ pend}$$

$\frac{w_1}{p \uparrow} \downarrow$ recta vuelve más horiz.
 $\Rightarrow$ más factor
 más producción

2.8 La maximización del beneficio a largo plazo

Este apartado generaliza lo visto en el corto plazo, quitando la restricción de que un factor esté fijo: ahora todos los factores son variables.

El problema

$$\text{máx}_{(x_1, x_2)} \quad \overbrace{p \cdot f(x_1, x_2)}^I - \overbrace{w_1 x_1 + w_2 x_2}^C$$

Estructuralmente es el mismo problema que antes, solo que ahora hay dos variables de elección en lugar de una.

La condición óptima: una por cada factor

La misma lógica de «valor del producto marginal = precio del factor» que dedujimos para x_1 a corto plazo ahora tiene que cumplirse simultáneamente para los dos factores:

$$p \cdot PM_1(x_1^*, x_2^*) = w_1 \quad p \cdot PM_2(x_1^*, x_2^*) = w_2$$

El argumento del producto marginal es idéntico al de antes, aplicado a cada factor por separado: si el valor de lo que produce la última unidad de un factor supera lo que cuesta, conviene aumentarlo; si es menor, conviene reducirlo. En el óptimo, ninguno de los dos factores puede moverse en ninguna dirección sin perder beneficio.

Ejemplo del día a día

Una empresa de reparto que a largo plazo puede ajustar tanto el número de furgonetas como el número de conductores debe encontrar la combinación en la que cada furgoneta adicional y cada conductor adicional aporten exactamente lo que cuestan: si contratara un conductor de más sin comprar furgonetas, ese conductor no tendría vehículo que conducir y no aportaría ingreso suficiente.

Preguntas de repaso

1. ¿Qué cambia en el problema de maximización al pasar del corto al largo plazo?
2. ¿Por qué la condición óptima debe cumplirse simultáneamente para ambos factores a largo plazo?
3. Si $p \cdot PM_1 > w_1$ pero $p \cdot PM_2 = w_2$, ¿está la empresa en su óptimo a largo plazo? Razónalo.

$$p \cdot PM_1(x_1^*, x_2^*) = w_1$$

$$p \cdot PM_2(x_1^*, x_2^*) > w_2 \rightarrow =$$

$p \cdot PM_1 > w_1$ me interesa contratar más
furgonetas

$$\left. \begin{array}{l} P. P\pi_1(x_1^*, x_2^*) = w_1 \\ P. P\pi_2(x_1^*, x_2^*) = w_2 \end{array} \right\}$$



2.9 La curva de demanda inversa de factores

Es la misma relación matemática que la curva de demanda normal, solo que se lee con los ejes invertidos: en esta curva buscamos cuál debe ser el precio del factor sabiendo la cantidad del factor.

Cualquier punto de la curva se interpreta así: si la empresa está utilizando una cantidad x_1 del factor 1, el precio del factor tendría que ser exactamente w_1 (la altura de la curva) para que a la empresa le resultase óptimo demandar precisamente esa cantidad x_1 .

Por qué tiene pendiente negativa

La razón es el **producto marginal decreciente**. A medida que x_1 aumenta (manteniendo fijo x_2), PM_1 va cayendo, ya que lo que aporta el último trabajador va siendo cada vez menor, así que $p \cdot PM_1$ también cae. Por eso la curva desciende: cuanta más cantidad del factor ya se está usando, menor es el precio que justificaría demandar una unidad más.

Figura 2.3 · Curva de demanda inversa del factor 1

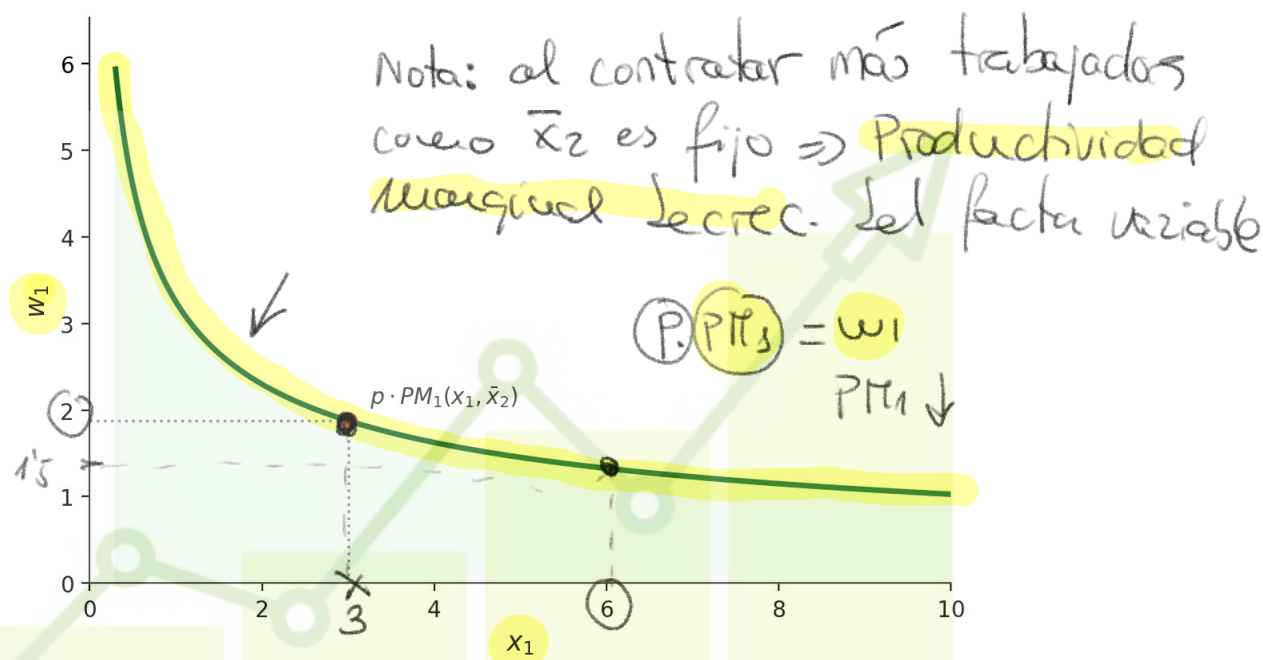


Figura 2.3 · Curva de demanda inversa del factor 1: para cada x_1 , muestra el precio $w_1 = p \cdot PM_1(x_1, \bar{x}_2)$ que induciría a la empresa a demandar exactamente esa cantidad.

Ejemplo del día a día

Si un taller mecánico ya tiene 10 mecánicos trabajando y el rendimiento adicional de ~~un~~ undécimo es bajo (se estorban entre sí), el taller solo estará dispuesto a contratarlo si su salario es muy bajo. En cambio, con solo 2 mecánicos, el taller pagaría un salario mucho más alto por el tercero, porque su aportación marginal es alta.

Preguntas de repaso

1. ¿Qué representa exactamente un punto de la curva de demanda inversa de un factor? (x_1, w_1)
2. ¿Por qué la curva de demanda de factores tiene pendiente negativa? PM_1 decreciente
3. ¿De qué variables depende la posición de la curva de demanda de un factor? $\epsilon_{ex} \rightarrow x_1$ $\epsilon_{ey} \rightarrow w_1$

$x_1 \uparrow \Rightarrow PM_1 \downarrow \Rightarrow w_1 \downarrow$ función es decreciente

Supongamos la combinación de factores (x_1, x_2) es el óptimo
 $\Rightarrow$ obtiene mayor Benef. $\Rightarrow$ "RCE" si $(2x_1, 2x_2) \Rightarrow 2 \text{ Beneficio}$



2.10 La maximización del beneficio y los rendimientos de escala

El sentido común dice que «las empresas existen para ganar dinero», pero el modelo indica que, a largo plazo, con rendimientos constantes de escala, una empresa competitiva maximizadora de beneficios no puede ganar más que cero.

la única posibilidad para no contarse

La demostración por contradicción es que $B=0$

Supongamos que una empresa con rendimientos constantes de escala obtiene un beneficio positivo $B > 0$ con una combinación de factores (x_1, x_2) . Si duplicáramos los factores $(2x_1, 2x_2)$, obtendríamos el doble de beneficio, $2B$. Pero eso es una contradicción: (x_1, x_2) supuestamente ya daba el máximo beneficio. Esta contradicción solo se resuelve si $B = 0$.

Se seguiría "RCE" $\rightarrow B > 0$

Tres razones por las que sí vemos empresas rentables en la práctica

- **Los rendimientos constantes de escala no se sostienen indefinidamente:** en algún punto la coordinación interna se vuelve más difícil (supervisar a más empleados, gestionar más plantas) y la empresa entra en rendimientos decrecientes. La demostración anterior depende de un paso muy concreto: que duplicar todos los factores duplique exactamente la producción, lo que permite pasar de un beneficio B a un beneficio $2B$. Si a partir de cierto tamaño los rendimientos son decrecientes, ese paso deja de cumplirse: duplicar los factores aumenta la producción en una proporción menor que el doble, mientras que los costes sí se duplican exactamente. El beneficio de $(2x_1, 2x_2)$ puede entonces ser menor que $2B$, incluso menor que el propio B . En otras palabras, a partir de cierto tamaño crecer deja de compensar: existe una escala finita en la que crecer un poco más ya no aumenta el beneficio, y esa escala concreta puede dar un beneficio positivo estable, porque nada obliga a que ese beneficio se pueda duplicar sin más solo con escalar la empresa.
- **La empresa deja de ser competitiva:** si crece lo suficiente como para influir en el precio de mercado, deja de comportarse como una empresa precio-aceptante y se convierte en un problema de poder de mercado (monopolio u oligopolio), no de competencia perfecta. El resultado de beneficio cero es exclusivo del modelo de competencia perfecta.
- **La tecnología se difunde:** si otras empresas copian la misma tecnología, la oferta total sube, el precio baja y los beneficios de toda la industria se erosionan hasta cero.

La conclusión no es «las empresas nunca ganan dinero», sino que beneficios positivos sostenidos junto con rendimientos constantes de escala ilimitados es una combinación inconsistente en un mercado competitivo. En la realidad, siempre falla al menos uno de esos dos ingredientes.





Si $CMeLP$ va decreciendo $\Rightarrow$ Rend. Escala crec.
Si $CMeLP$ va creciendo (Verde) = R. Esc. decrec.
Q En el mínimo Rend. Esc. es const.



¿Dónde se sitúa exactamente el óptimo?

Conviene precisar un matiz: el óptimo de la empresa no tiene por qué coincidir con el instante exacto en que aparecen los rendimientos decrecientes, aunque en un caso particular sí lo haga. Pensando en la curva de coste medio a largo plazo (forma de U, que veremos en el Tema 4): el punto en el que «empiezan los rendimientos decrecientes» es el mínimo de esa curva. Si el precio de mercado coincide exactamente con ese mínimo —el caso de beneficio cero en competencia perfecta a largo plazo—, entonces la empresa sí se detiene justo ahí, y el óptimo coincide con el mínimo de CMe. Pero si el precio está por encima de ese mínimo, a la empresa todavía le compensa seguir creciendo más allá de ese punto, aunque ya esté en rendimientos decrecientes, hasta que el coste marginal de largo plazo iguale al precio ($p \cdot PM = w$ para cada factor). En ese caso, el óptimo con beneficio positivo sostenible está estrictamente dentro de la región de rendimientos decrecientes, no en su arranque.

Situación	Dónde para la empresa	Beneficio
Rendimientos constantes en todo el rango	Nunca hay un tamaño óptimo finito	= 0 obligatoriamente
Rendimientos en forma de U, precio = coste medio mínimo	Justo donde empiezan los rendimientos decrecientes	= 0 (caso límite)
Rendimientos en forma de U, precio > coste medio mínimo	Dentro de la zona de rendimientos decrecientes, donde $p \cdot PM = w$	> 0 sostenible

¿Por qué empresas como Google o Apple llevan años obteniendo beneficios positivos?

No contradicen el resultado anterior, porque en ellas fallan precisamente los dos supuestos del modelo: por un lado, no operan en mercados de competencia perfecta, sino que disfrutan de posiciones muy cercanas al monopolio (patentes, efectos de red, marca, economías de escala que otros no pueden replicar fácilmente), lo que les da poder para fijar precios por encima del coste marginal; por otro, no tienen rendimientos constantes de escala ilimitados, ya que factores como la reputación, el talento clave o la base de usuarios no se pueden duplicar sin más simplemente doblando el capital y el trabajo. Ambas razones bastan para que el teorema de beneficio cero, pensado para la competencia perfecta con rendimientos constantes, no les sea aplicable.



Ejemplo del día a día

Cuando alguien inventa una hamburguesería con una receta muy rentable y rendimientos constantes de escala (duplicar freidoras y carne duplica las hamburguesas), al ver los beneficios extraordinarios otros emprendedores copian el modelo. La oferta total sube, los precios bajan, y el proceso no se detiene hasta que el beneficio se reduce a cero —el punto en el que ya no compensa que entren más competidores.



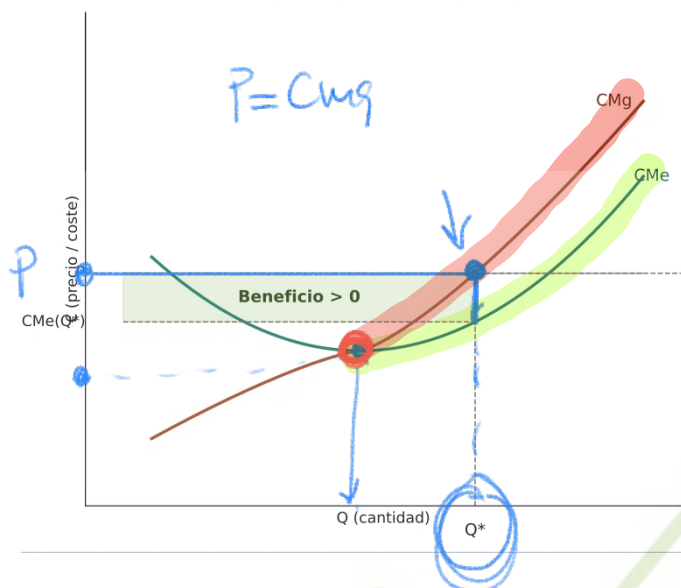
(x_1, x_2) es la ópt. B
RCE $(2x_1, 2x_2)$ obt. doble benef. 2B



Preguntas de repaso

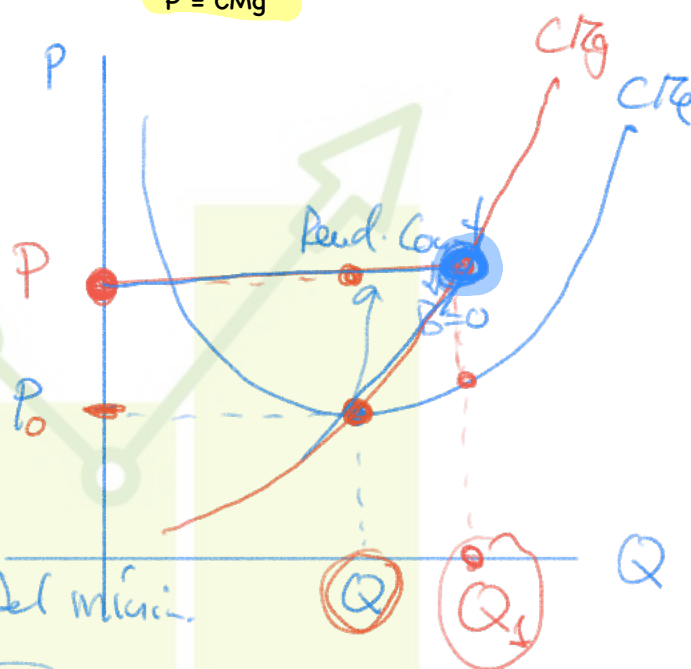
1. Reconstruye con tus palabras la demostración por contradicción de por qué el beneficio a largo plazo es cero con rendimientos constantes de escala.
2. Explica una de las tres razones por las que en la práctica sí observamos empresas rentables durante mucho tiempo.
3. ¿Contradice este resultado la existencia de empresas como Google o Apple, que llevan años obteniendo beneficios positivos? Razónalo.

Beneficio positivo sostenible: $P > CMe$ mínimo



Condición de óptimo en competencia perfecta :

$$P = CMg$$



$CMg > CMe$ a la brecha del mínimo.

Si $P > \min CMe \Rightarrow P = CMg \rightarrow$ ahí encontramos la Q^*



2.11 La rentabilidad revelada

Cuando una empresa maximizadora del beneficio elige sus factores y su producción, esa elección «revela» información: nos dice que esa combinación es más rentable que cualquier otra que la empresa podría haber elegido con esos mismos precios.

El razonamiento con dos periodos

Imagina que observamos a la empresa en dos momentos distintos, t y s , con precios y elecciones propias en cada uno: precios (p^t, w^t) y elección (y^t, x^t) en el periodo t ; precios (p^s, w^s) y elección (y^s, x^s) en el periodo s . Si la empresa realmente maximiza beneficios (y la tecnología no cambió entre ambos periodos), la elección de cada periodo debe dar, evaluada a los precios de ese mismo periodo, más beneficio que la elección del otro periodo. Esto es el axioma débil de la maximización del beneficio:

$$p^t y^t - w^t x^t \geq p^t y^s - w^t x^s$$

$$p^s y^s - w^s x^s \geq p^s y^t - w^s x^t$$

El axioma es observable: no hace falta conocer la función de producción, solo datos de precios y cantidades elegidas en cada periodo.

Figura 2.4 · Construcción de una tecnología compatible con el axioma débil

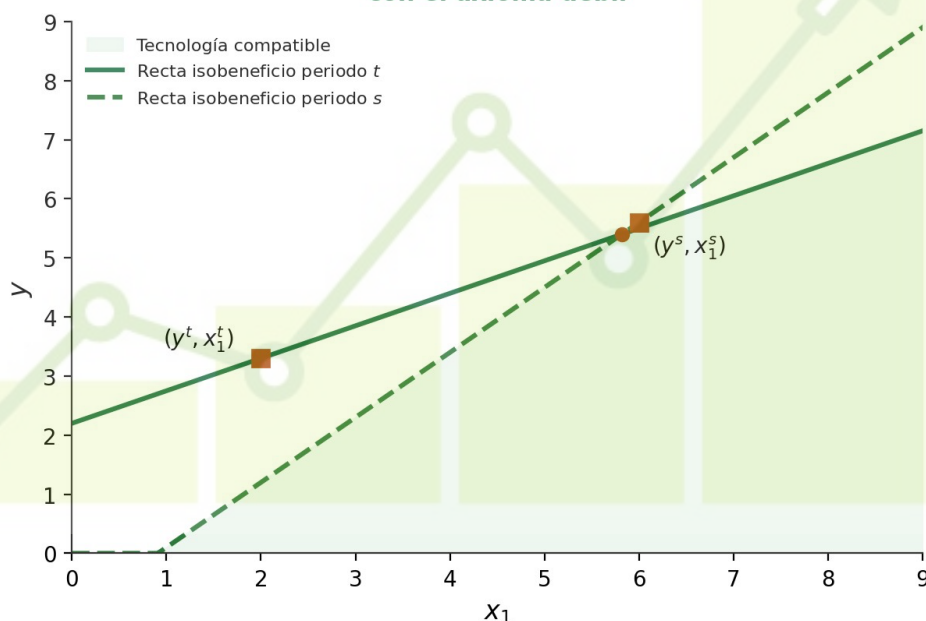


Figura 2.4 · A partir de dos elecciones observadas que cumplen el axioma débil, el área bajo ambas rectas isobeneficio es una tecnología compatible con esas decisiones.

La consecuencia más importante: sumar y reordenar

Sumando miembro a miembro las dos desigualdades anteriores y agrupando los términos con y a un lado y los términos con x al otro, obtenemos:

$$(p^t - p^s)(y^t - y^s) \geq (w^t - w^s)(x^t - x^s)$$

Este resultado compacto contiene todos los resultados de estática comparativa vistos antes:

- Si solo varía el precio del producto ($w^t = w^s$), la desigualdad se reduce a $(p^t - p^s)(y^t - y^s) \geq 0$: precio y cantidad producida se mueven en el mismo sentido, es decir, la curva de oferta tiene pendiente positiva.

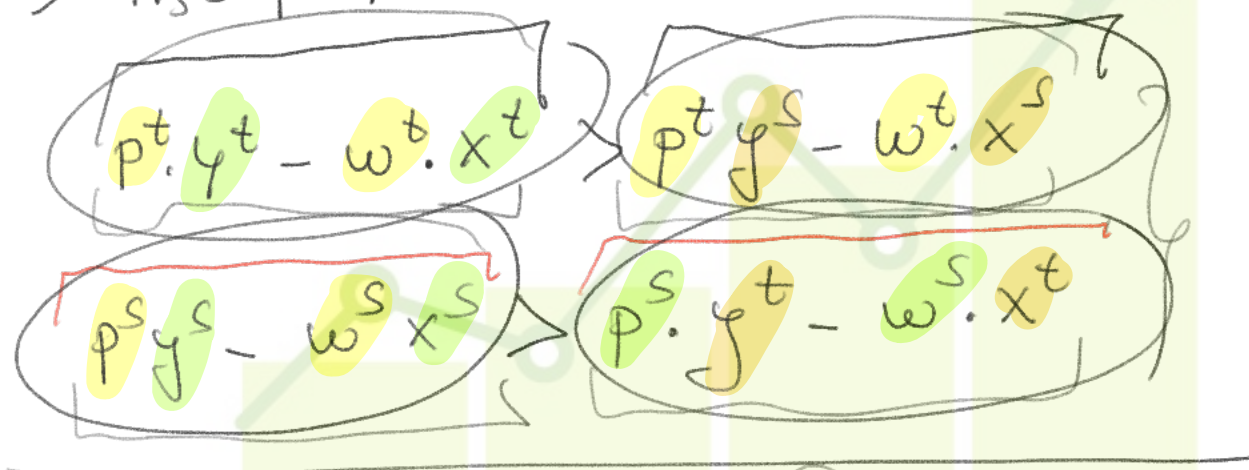
Supong. en el periodo "t" elige y^t, x^t

Beneficio en ese periodo es verás que esa combinación

$$\pi_t = \underbrace{p^t \cdot y^t}_I - \underbrace{w^t \cdot x^t}_C \rightarrow \text{máximo}$$

Supong. periodo "s" elige y^s, x^s

$$\Rightarrow \pi_s = p^s \cdot y^s - w^s \cdot x^s \rightarrow \text{máx.}$$



$$p^t y^t - w^t x^t + p^s y^s - w^s x^s > p^t y^s - w^t x^s + p^s y^t - w^s x^t$$

$$p^t y^t + p^s y^s - p^t y^s - p^s y^t > w^t x^t - w^t x^s + w^s x^s - w^s x^t$$

$$p^t (y^t - y^s) + p^s (y^s - y^t) > w^t (x^t - x^s) + w^s (x^s - x^t)$$

$$p^t (y^t - y^s) - p^s (y^t - y^s) > w^t (x^t - x^s) - w^s (x^t - x^s)$$

$$(p^t - p^s) (y^t - y^s) > (w^t - w^s) (x^t - x^s)$$



$$(p^t - p^s)(y^t - y^s) \geq (w^t - w^s)(x^t - x^s) //$$



Si el precio producto varía $p^t \neq p^s$ y el otro no $w^t = w^s$

$$\begin{matrix} + & & + \\ (p^t - p^s) \cdot (y^t - y^s) \geq 0 \end{matrix}$$

Si $p^t > p^s \Rightarrow p^t - p^s > 0 \Rightarrow y^t - y^s > 0$



$y^t > y^s$

• Si sólo varía precio factor $w^t \neq w^s$ y $p^t = p^s$

$$(p^t - p^s)(y^t - y^s) \geq (w^t - w^s)(x^t - x^s) //$$

$$p^t = p^s$$

$$0 \geq (w^t - w^s)(x^t - x^s)$$

$$(w^t \oplus w^s) \cdot (x^t \ominus x^s) \leq 0$$

$$w^t > w^s \Rightarrow (w^t - w^s) > 0 \Rightarrow x^t - x^s < 0$$

$x^t < x^s$



- Si solo varía el precio de un factor ($p^t = p^s$), la desigualdad se reduce a $(w^t - w^s)(x^t - x^s) \leq 0$: precio del factor y cantidad demandada se mueven en sentido contrario, es decir, la curva de demanda de ese factor tiene pendiente negativa.

Estas leyes no dependen de ningún supuesto sobre la forma de la función de producción: se deducen únicamente de que la empresa maximiza el beneficio.

💡 Ejemplo del día a día

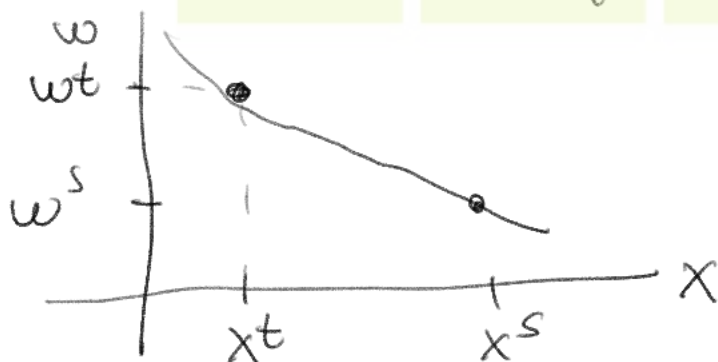
El gobierno de EE. UU. subvenciona productos agrícolas manteniendo artificialmente altos sus precios. Algunos agricultores argumentan que, si se eliminan las subvenciones, aumentarán su producción para compensar la caída del precio y mantener sus ingresos. Esto es una falacia económica: si el agricultor maximiza beneficios, la curva de oferta debe tener pendiente positiva, así que si el precio baja, la cantidad ofrecida también debe bajar. Es una consecuencia necesaria del comportamiento maximizador, no una opinión.

📝 Preguntas de repaso

1. ¿Qué significa que el axioma débil de la maximización del beneficio sea «observable»?
2. A partir del axioma débil, ¿qué se puede deducir sobre la pendiente de la curva de oferta y de la curva de demanda de factores?
3. ¿Por qué es una falacia pensar que los agricultores producirán más si baja el precio de su producto?

• Curva oferta producto pend. positiva
 $p^t > p^s \Rightarrow y^t > y^s$

• Curva demanda factores pend. negativa



2.12 La minimización del coste

$$\pi = I - C \text{ máximo} \Rightarrow \text{coste mínimo}$$



Si una empresa está maximizando beneficios y ha decidido producir una cantidad y, entonces necesariamente también está minimizando el coste de producir esa cantidad y.

¿Por qué sucede esto?

Es pura deducción lógica: si existiera una forma más barata de obtener esas mismas y unidades, la empresa podría usarla, reducir sus costes y, por tanto, aumentar sus beneficios sin cambiar sus ingresos. Si no lo hiciera, no estaría maximizando beneficios de verdad. Así que maximizar beneficio implica minimizar coste, dado el nivel de producción elegido.

Por qué es útil: la estrategia de las dos fases

- **Primera fase:** para cada nivel de producción y posible, averiguar cuál es la combinación de factores que minimiza el coste de producirlo (sin preocuparse todavía de precios de venta ni de beneficios).
- **Segunda fase:** una vez que sabemos el coste mínimo para cada y, elegir qué nivel de producción y maximiza realmente el beneficio (ingresos menos ese coste mínimo).

Esta separación es útil, desde el punto de vista práctico, porque convierte un problema de optimización con muchas variables a la vez (todos los factores y el nivel de producción simultáneamente) en dos problemas más pequeños y manejables por separado: primero un problema técnico de minimización de coste para cada nivel de producción, y después un problema, mucho más simple, de elegir un único número —el nivel de producción— comparando ingresos con el coste mínimo ya calculado. Es la misma lógica que usaremos en el resto del curso al estudiar la minimización de costes.

Ejemplo del día a día

Si una fábrica de muebles decide producir 500 sillas este mes, la forma en que combine madera, horas de carpintero y maquinaria debe ser la más barata posible para fabricar esas 500 sillas —de lo contrario, estaría dejando beneficio sobre la mesa sin necesidad. Primero se decide «cómo» producir 500 sillas al menor coste, y después se decide si 500 es, en efecto, la cantidad que maximiza el beneficio.

Preguntas de repaso

1. Explica por qué maximizar beneficios implica necesariamente minimizar costes para el nivel de producción elegido.
2. Describe las dos fases en las que se puede dividir el problema de maximización del beneficio.
3. ¿Por qué es útil, desde el punto de vista práctico, separar el problema en estas dos fases?

$$\begin{array}{l} p \left\{ \begin{array}{l} y \\ w \left\{ \begin{array}{l} x \end{array} \right. \end{array} \right. \text{ máx benef} \Rightarrow p y - \text{coste} \text{ mínimo} \end{array}$$
$$y_1 \rightarrow x_1 \quad 8 = p y_1 - \text{coste mínimo}$$
$$y_2 \rightarrow x_2 \quad 10 = p y_1 - \text{coste mínimo}$$



Formulario y resumen

Beneficio	$\pi = \sum p_i y_i - \sum w_j x_j$ (definición económica, con costes de oportunidad)
Recta isobeneficio	$y = \pi/p + (w_2/p)\bar{x}_2 + (w_1/p)x_1 \rightarrow$ pendiente w_1/p , ordenada $\pi/p + w_2\bar{x}_2/p$
Óptimo a corto plazo	$p \cdot PM_1(x_1, \bar{x}_2) = w_1$
Óptimo a largo plazo	$p \cdot PM_1(x_1^*, x_2^*) = w_1$ y $p \cdot PM_2(x_1^*, x_2^*) = w_2$
Pendiente recta isobeneficio	w_1 / p
Rendimientos constantes de escala (competencia perfecta)	Beneficio a largo plazo = 0
Axioma débil (WAPM)	$p^t y^t - w^t x^t \geq p^t y^s - w^t x^s$ y $p^s y^s - w^s x^s \geq p^s y^t - w^s x^t$
Consecuencia del axioma débil	$(p^t - p^s)(y^t - y^s) \geq (w^t - w^s)(x^t - x^s)$
Maximizar beneficio $\Rightarrow$	Minimizar coste para el nivel de producción elegido

