

# TEMA 1. LA TECNOLOGÍA DE LA EMPRESA



## Índice

|                                                          |    |
|----------------------------------------------------------|----|
| Introducción.....                                        | 3  |
| 1.1. Los factores y los productos.....                   | 4  |
| 1.2. ¿Cómo se describen las restricciones?.....          | 5  |
| 1.3. Ejemplos de tecnología.....                         | 7  |
| 1.4. Propiedades de las tecnologías.....                 | 11 |
| 1.5. La relación técnica de sustitución (RTS).....       | 13 |
| 1.6. El producto marginal decreciente.....               | 15 |
| 1.7. La relación técnica de sustitución decreciente..... | 16 |
| 1.8. El largo plazo y el corto plazo.....                | 18 |
| 1.9. Los rendimientos de escala.....                     | 20 |
| Formulario y resumen.....                                | 22 |



## Introducción

En este capítulo iniciamos el estudio de la conducta de la empresa. Vamos a ver los límites con los que se encuentra esta cuando toma sus decisiones. Límites que dependen de los clientes, por los competidores, por la «naturaleza».

**La «Naturaleza» (Restricciones Tecnológicas):** veremos que la naturaleza impone límites físicos y técnicos porque no todo es posible de producir. Solo existen ciertas combinaciones viables para transformar factores de producción (como materias primas, trabajo y maquinaria) en un producto final. A esto los economistas lo llaman restricciones tecnológicas.

Veremos que existe un paralelismo entre la teoría del consumidor y la teoría de la producción ya que emplean los mismos instrumentos. Aunque la teoría de la producción es más sencilla porque el resultado de un proceso de producción es observable, mientras que el resultado del consumo (utilidad) no lo es directamente.

### & OBJETIVOS DEL TEMA

Al terminar este tema serás capaz de: describir el conjunto de producción y sus isocuantas; distinguir entre las tecnologías de proporciones fijas, sustitutos perfectos y Cobb-Douglas; calcular e interpretar la relación técnica de sustitución (RTS); diferenciar el producto marginal decreciente de la RTS decreciente; y distinguir el corto y el largo plazo a través del concepto de rendimientos de escala.



## Introducción

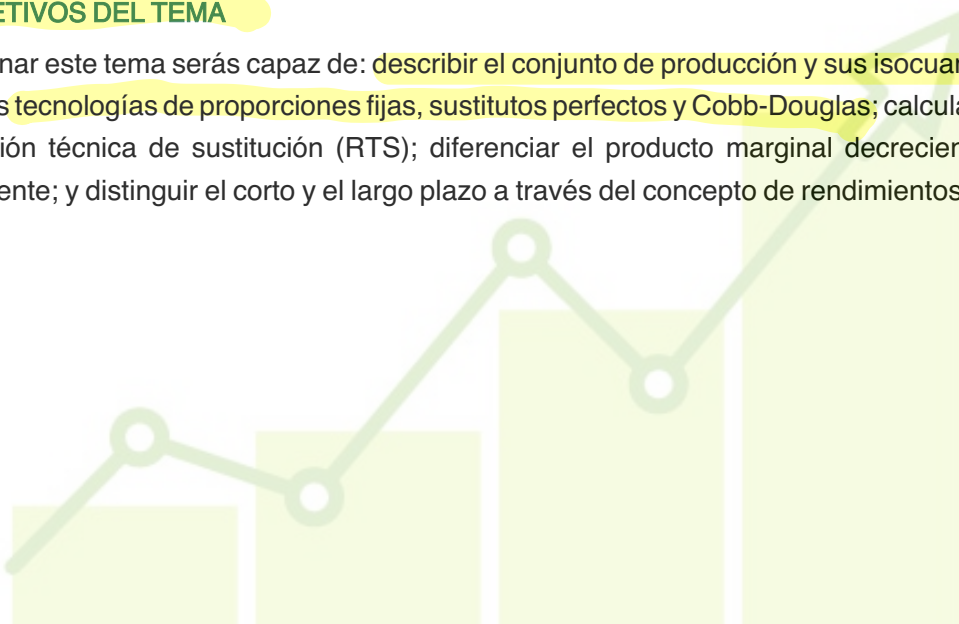
En este capítulo iniciamos el estudio de la conducta de la empresa. Vamos a ver los límites con los que se encuentra esta cuando toma sus decisiones. Límites que dependen de los clientes, por los competidores, por la «naturaleza».

**La «Naturaleza» (Restricciones Tecnológicas):** veremos que la naturaleza impone límites físicos y técnicos porque no todo es posible de producir. Solo existen ciertas combinaciones viables para transformar factores de producción (como materias primas, trabajo y maquinaria) en un producto final. A esto los economistas lo llaman restricciones tecnológicas.

Veremos que existe un paralelismo entre la teoría del consumidor y la teoría de la producción ya que emplean los mismos instrumentos. Aunque la teoría de la producción es más sencilla porque el resultado de un proceso de producción es observable, mientras que el resultado del consumo (utilidad) no lo es directamente.

### & OBJETIVOS DEL TEMA

Al terminar este tema serás capaz de: describir el conjunto de producción y sus isocuantas; distinguir entre las tecnologías de proporciones fijas, sustitutos perfectos y Cobb-Douglas; calcular e interpretar la relación técnica de sustitución (RTS); diferenciar el producto marginal decreciente de la RTS decreciente; y distinguir el corto y el largo plazo a través del concepto de rendimientos de escala.



## 1.1. Los factores y los productos

Los ingredientes necesarios para producir se denominan factores de producción, que suelen clasificarse en: tierra, trabajo, capital y materias primas.

Los bienes de capital en general son máquinas de uno u otro tipo: tractores, edificios, ordenadores, etc. Algunas veces el término capital se aplica al dinero, aunque nosotros para referirnos a ese concepto usaremos el término capital financiero.

En general, al analizar los factores de producción y al producto, nos interesará considerarlos como variables de flujo (mide una cantidad por periodo de tiempo).

### & IDEA CENTRAL

Los factores de producción son los ingredientes de la empresa (tierra, trabajo, capital y materias primas); el capital físico son bienes producidos (máquinas, edificios), y no debe confundirse con el capital financiero, que es el dinero para poner en marcha o mantener el negocio.

#### PREGUNTAS DE REPASO

1. ¿En qué cuatro grandes categorías se clasifican los factores de producción?
2. ¿Por qué distinguimos entre «capital financiero» y «bienes de capital» al hablar de tecnología?
3. ¿Qué significa que factores y productos se consideren «variables de flujo»?

## 1.2. ¿Cómo se describen las restricciones?

Vamos a definir el conjunto de producción.

Supongamos que tenemos un único factor llamado  $x$  y un único producto, medido por  $y$ . Cuando decimos que el punto  $(x, y)$  se encuentra en el conjunto de producción queremos decir que es posible obtener un volumen de producción  $y$  a partir de una cantidad de factor  $x$ . Conviene fijar bien esta notación desde el principio para no confundir los dos símbolos:  $x$  es siempre el factor (lo que entra en el proceso productivo) e  $y$  es siempre el producto (lo que se obtiene al final).

¿Qué es el conjunto de producción? Se podría ver como una lista donde están todas las combinaciones de factores (lo que usamos para producir, como horas de trabajo o maquinaria) y de productos (lo que obtenemos al final) que son técnicamente posibles de realizar.

Los planes factibles: una empresa no puede inventar una combinación mágica; tiene que limitarse a elegir un plan de producción que esté dentro de este conjunto, es decir, que sea tecnológicamente viable.

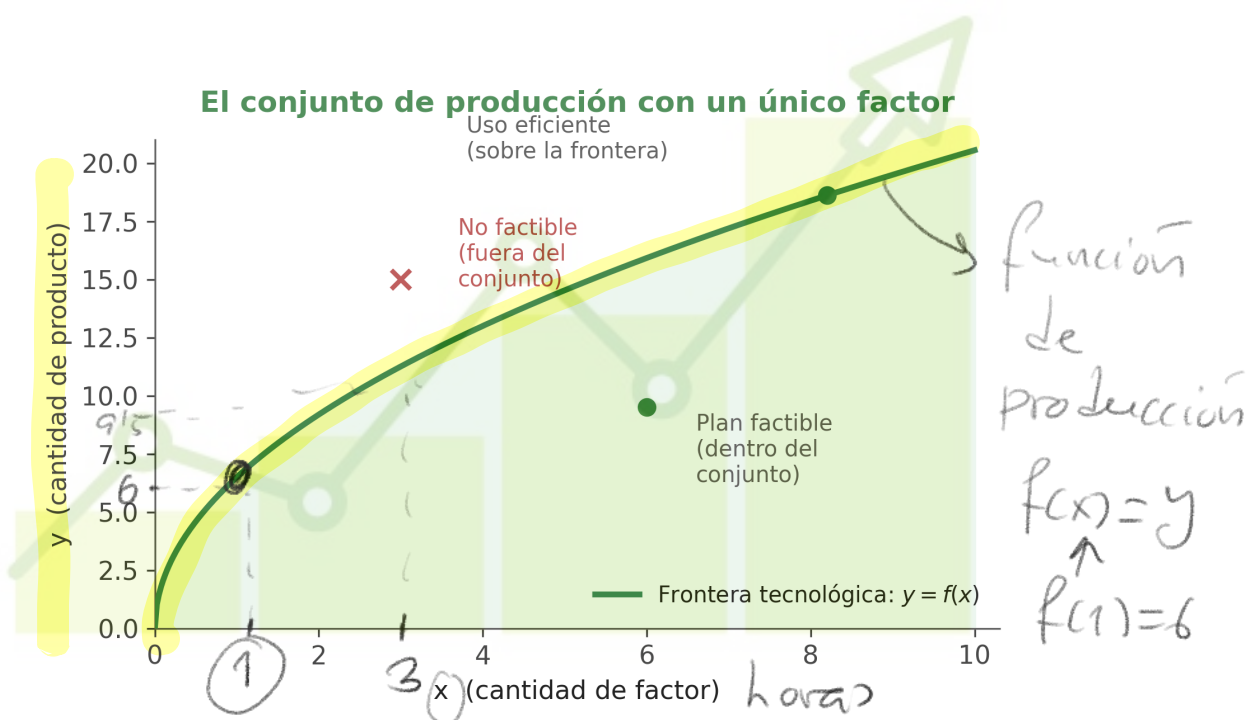


Figura 1.1. El conjunto de producción con un único factor: la frontera  $y = f(x)$  recoge los planes técnicamente eficientes.

Gráficamente: cuando hay dos factores existe un instrumento para analizar las relaciones de producción que se llama isocuanta, que viene a ser «el conjunto de todas las combinaciones de los factores 1 y 2 para obtener una cantidad dada de producción».

Cuando hay dos factores, la función de producción adopta la expresión  $f(x, y)$  y mide la cantidad máxima de producción que podemos obtener a partir de  $x$  unidades del factor 1 e  $y$  unidades del factor 2.

### & IDEA CENTRAL

El conjunto de producción reúne todas las combinaciones factores-producto tecnológicamente viables; la empresa no puede inventar combinaciones mágicas, solo elegir un plan dentro de ese

Supongamos producir  $y=10$



conjunto. La isocuanta es la herramienta gráfica que resume, con dos factores, todas las combinaciones que dan la misma producción.

### Definición formal de la isocuanta

Dado un nivel de producción  $y_0$ , la isocuanta asociada es el conjunto de todas las combinaciones de factores  $(x_1, x_2)$  que permiten obtener exactamente ese nivel de producción:

$$\text{Isocuanta}(y_0) = \{ (x_1, x_2) \text{ tales que } f(x_1, x_2) = y_0 \}$$

Al variar el nivel  $y_0$  obtenemos un «mapa de isocuantas»: cuanto más alejada del origen esté una isocuanta, mayor es el nivel de producción que representa.

### Mapa de isocuantas: $y_0 < y_1 < y_2$

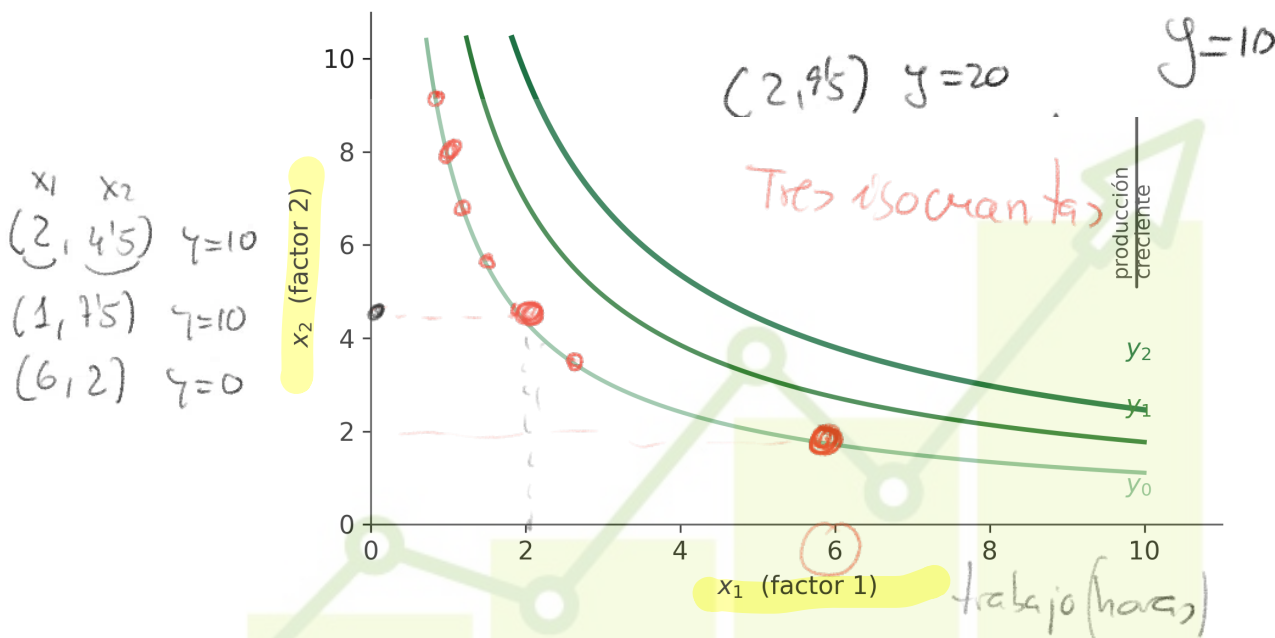


Figura 1.2. Mapa de isocuantas: cada curva reúne las combinaciones de  $x_1$  y  $x_2$  que producen el mismo nivel de output.

### PREGUNTAS DE REPASO

1. ¿Qué significa que el punto  $(x, y)$  esté dentro del conjunto de producción?
2. ¿Por qué se dice que un plan de producción debe ser «tecnológicamente viable»?
3. ¿Qué es una isocuanta y para qué sirve cuando hay dos factores de producción?

$(x, y)$   
 $\downarrow$  unidades del factor  $\downarrow$  podemos conseguir y unidades producto



## 1.3. Ejemplos de tecnología

Vamos a ver unas cuantas tecnologías y sus correspondientes isocuantas.

Antes de entrar en el desarrollo de cada una, adelantamos los tres tipos de tecnología que vamos a analizar en este apartado: proporciones fijas (tecnología Leontief), sustitutos perfectos y tecnologías Cobb-Douglas. Las tres son formas típicas de función de producción que se diferencian, sobre todo, en el grado en que los factores pueden sustituirse entre sí: desde la sustituibilidad nula (proporciones fijas) hasta la sustituibilidad perfecta (sustitutos perfectos), pasando por el caso intermedio y más habitual en los manuales, la Cobb-Douglas.

### Proporciones fijas

Una tecnología de proporciones fijas (también conocida en microeconomía como tecnología Leontief) es aquella en la que los factores de producción se deben combinar siempre en una proporción matemática exacta y constante para poder obtener una unidad de producto.

La función de producción de una tecnología de bienes complementarios vendría dada por:

$$f(x, y) = \min\{ax, by\}$$

$$f(x, y) = \min\left\{\frac{x}{c}, \frac{y}{d}\right\}$$

### & IDEA CENTRAL

En una tecnología de proporciones fijas los factores no se pueden sustituir entre sí: hace falta la combinación exacta, y añadir más cantidad de uno solo de ellos, sin el otro, no aumenta la producción.

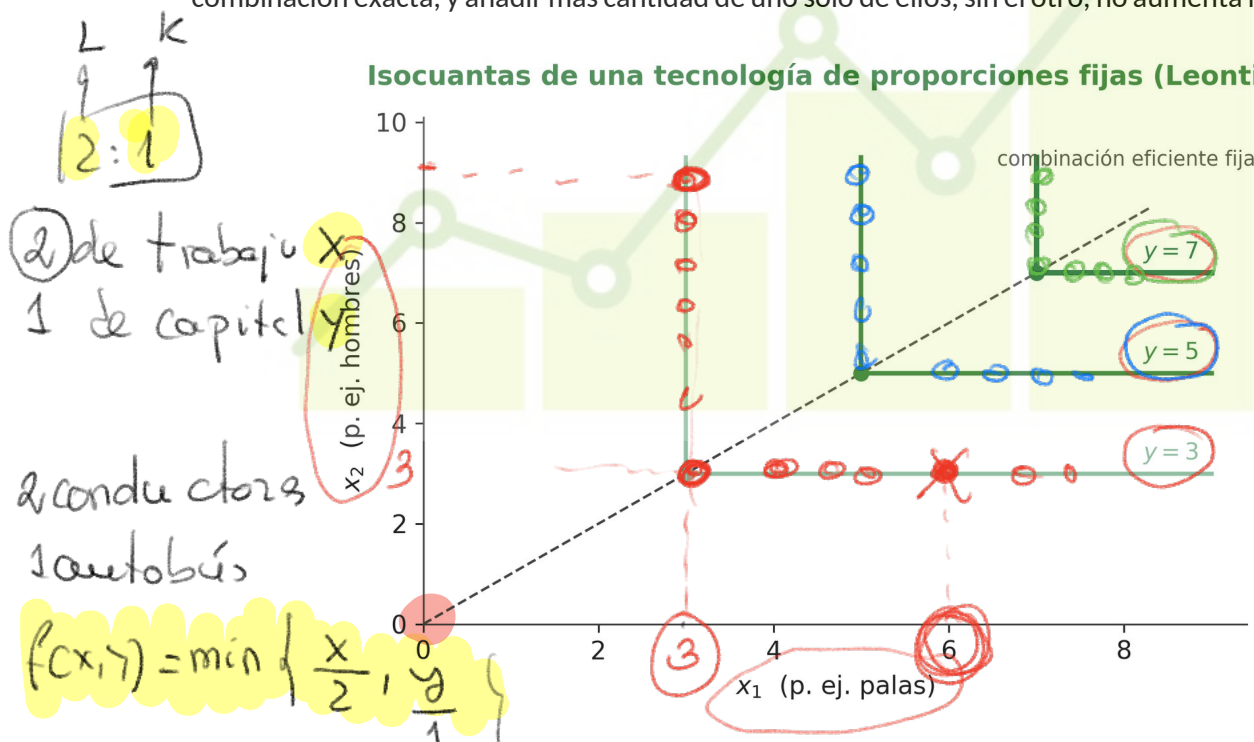


Figura 1.3. Isocuantas en forma de «L» de una tecnología Leontief: por encima o a la derecha del vértice, el factor sobrante no aporta nada.



### EJEMPLO COTIDIANO

En el libro se utiliza como ejemplo el caso de producir hoyos, y que éstos solo pueden hacerse utilizando un hombre y una pala. De nada serviría tener dos hombres y una pala. Aquí las proporciones entre hombres y palas deben ser fijas: un hombre y una pala.



Supon gases  
 9 trab / 2 mag }  $Q = 10$   
 6 trab / 3 mag }  
 $Q = 10$

trabajadores  
 máquinas

1 mag ~ 3 trabaj

### Sustitutos perfectos

Caso opuesto al anterior: aquí la empresa puede cambiar un factor de producción por otro en una proporción completamente constante, y al producto final le «da igual» cuál de los dos se utilice. Cuando hablamos en términos monetarios usaremos aquel que sea más barato «relativamente», ya que ambos cumplen exactamente la misma función.

Aquí tenemos las características clave para entender este tipo de tecnología:

### # IDEA CLAVE

En los sustitutos perfectos, un factor puede reemplazar al otro a una tasa constante: lo único que importa es la suma ponderada de ambos factores (a diferencia de la tecnología Leontief que hemos visto en el apartado anterior). Supongamos que una empresa puede contratar factor humano (trabajadores) o maquinaria y sabe que una máquina hace el mismo trabajo que dos trabajadores. Pues obviando el precio de cada uno (salario para el trabajador y alquiler o compra para la máquina) a la empresa le es indiferente si contratar cuatro trabajadores o dos máquinas.

- Un ejemplo clásico que se puede dar en la vida real: una empresa que necesita energía. Puede obtenerla utilizando Gas Natural ( $x_1$ ) o electricidad ( $x_2$ ), aunque luego expondremos otro ejemplo más.

Este tipo de tecnologías se caracterizan por tener unas funciones de producción que responden a la expresión:

$$f(x, y) = ax + by$$

que tienen como familias de isocuantas a rectas paralelas como las del siguiente gráfico:

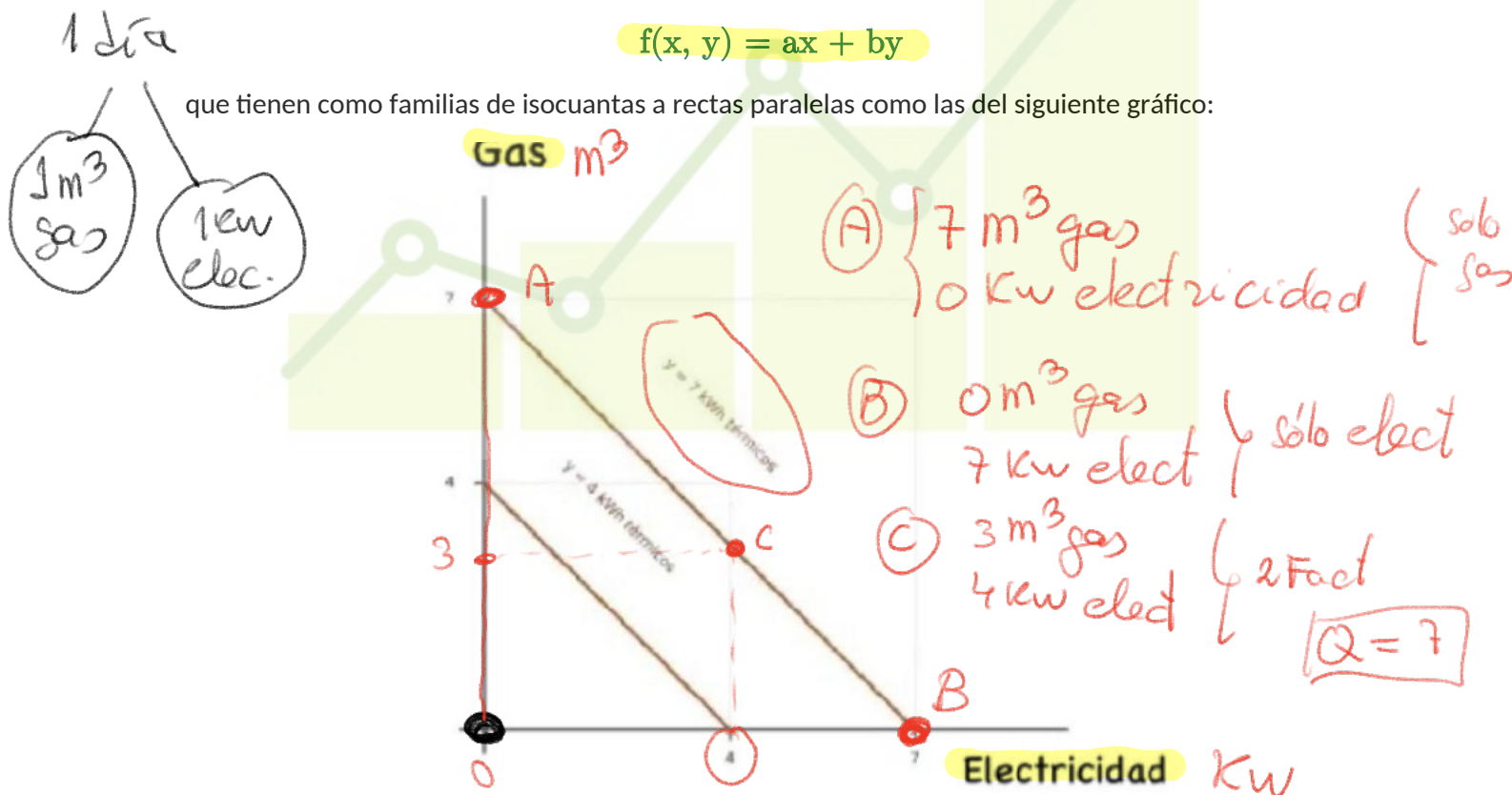


Figura 1.4. Isocuantas rectas de una tecnología de sustitutos perfectos (gas natural y electricidad).

### 💡 EJEMPLO COTIDIANO

Una fábrica de cerámica necesita energía para sus hornos, y le da igual aportarla con gas natural o con electricidad: el resultado final (las piezas cocidas) es exactamente el mismo se use la fuente que se use. Por eso, cada mes el gerente simplemente comprueba cuál de las dos tarifas energéticas sale más barata y decide con cuál calienta los hornos, sin que eso afecte en nada al producto que fabrica. Es el ejemplo especular del de «un hombre y una pala»: aquí, en vez de necesitar los dos factores a la vez y en una proporción fija, basta con uno solo de ellos, el que resulte más barato en cada momento.

### Tecnologías Cobb-Douglas

Responden a tecnologías cuya función de producción es de la forma:

$$f(x, y) = A \cdot x^a \cdot y^b$$

Similar a la función de utilidad del mismo nombre. Vamos a comentar brevemente los parámetros que aparecen en esta expresión.

#### # CONCEPTOS CLAVE

- El parámetro **A** mide exactamente lo que se denomina **escala de la producción**, es decir, el volumen de producción que se obtendría si se utilizase una unidad de cada factor de producción.
- En esta tecnología, los parámetros **a** y **b** (que suelen ser números positivos) **miden la elasticidad de la producción respecto a cada factor**.

**La Elasticidad de la Producción:** los exponentes representan el impacto porcentual que tiene añadir más de un factor sobre el producto total. Por ejemplo, el parámetro **a** mide la elasticidad respecto al factor **x**, es decir, si aumentas el uso del factor **x** en un 1 %, entonces el parámetro **a** nos dice que la producción aumentará aproximadamente un **a** %. El parámetro **b** mide la elasticidad respecto al factor **y**, es decir, si aumentamos el uso del factor **y** en un 1 % entonces la producción aumentará aproximadamente un **b** %.

**Relación existente entre los parámetros **a** y **b** y los Rendimientos a Escala:** una de las mayores utilidades de los parámetros **a** y **b** en la Cobb-Douglas es que, al sumarlos (**a + b**), nos dicen inmediatamente qué tipo de rendimientos a escala tiene la tecnología. Existen tres escenarios posibles:

$$f(x, y) = A x^a y^b$$

Supongamos factor **x** aumenta un 1 %  
 ¿Cuánto aumentará la producción?  
 La prod. aumentará un **a** %

$Q = f(x, y) = 6x^{0.3}y^{0.8}$  Si  $x$  aumenta 1%  
 $Q$  aumenta 0.3%.

libro

concaua

convexa

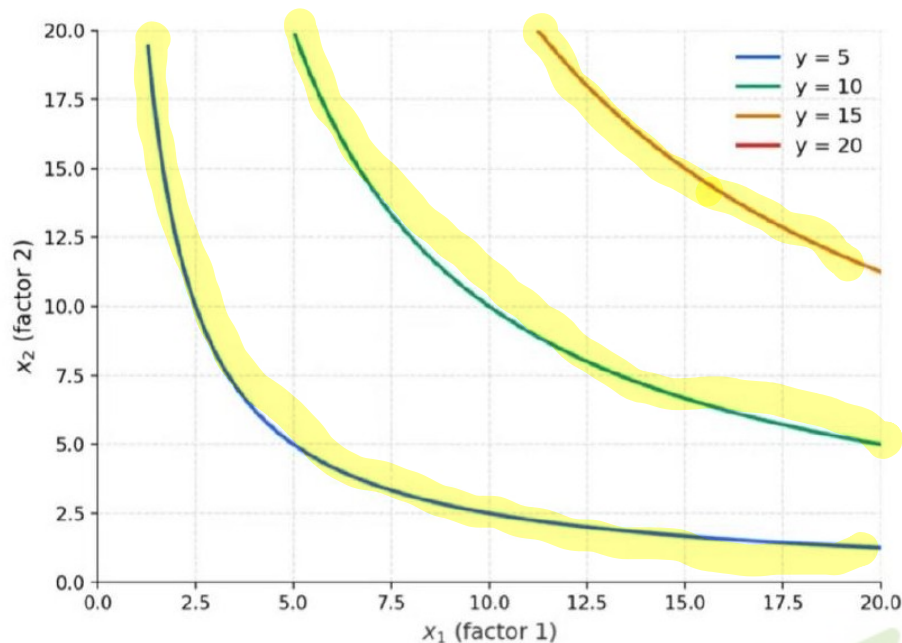


Figura 1.5. Isocuantas de una tecnología Cobb-Douglas  $f(x_1, x_2) = A \cdot x_1^a \cdot x_2^b$ , con  $A=1$ ,  $a=0.5$ ,  $b=0.5$ , para distintos niveles de producción  $y$ .

### # RELACIÓN ENTRE LOS PARÁMETROS $a$ Y $b$ Y LOS RENDIMIENTOS DE ESCALA (CLAVE)

- **Habrán Rendimientos Constantes a Escala** si  $a + b = 1$ : si duplicamos la cantidad de ambos factores ( $x$  e  $y$ ), la producción también se duplicará exactamente. Es el caso más común en los manuales de economía.

$f(2, 3) = 20$ ;  $f(4, 6) = 40$

$f(x, y) = 6x^{0.3}y^{0.7}$

- **Rendimientos Crecientes a Escala** ( $a + b > 1$ ): si duplicamos los factores, la producción aumentará más del doble (hay ganancias de eficiencia por escala), es decir, a la empresa le podría interesar aumentar el tamaño.

$f(2, 3) = 20$ ;  $f(4, 6) = 50$

$f(x, y) = 6x^{0.3}y^{0.8}$

- **Rendimientos Decrecientes a Escala** ( $a + b < 1$ ): si duplicamos los factores, la producción aumentará, pero menos del doble; es decir, duplicamos la mano de obra y la maquinaria y, sin embargo, la producción aumenta menos del doble.

$f(2, 3) = 20$ ;  $f(4, 6) = 35$

$f(x, y) = 6x^{0.3}y^{0.4}$

#### ! PREGUNTAS DE REPASO

1. ¿Por qué en una tecnología Leontief no sirve de nada tener «dos hombres y una pala»?
2. En la tecnología de sustitutos perfectos del ejemplo (gas natural y electricidad), ¿qué determina cuál de los dos factores conviene usar?
3. Si  $a = 0.3$  y  $b = 0.5$  en una Cobb-Douglas, ¿qué tipo de rendimientos a escala presenta la tecnología?

## 1.4. Propiedades de las tecnologías

Vamos a pasar a describir una serie de propiedades que suponemos han de cumplir las distintas tecnologías.

### Monotonicidad (eliminación gratuita)

Las tecnologías suelen considerarse monótonas. Matemáticamente significa que si aumentamos la cantidad de uno o de todos los factores de producción ( $x_1$ ,  $x_2$ ), la producción total nunca va a disminuir; como mínimo se mantendrá igual o aumentará.

#### & IDEA CENTRAL

El argumento económico («eliminación gratuita»): ¿por qué asumimos esto si en el mundo real, por ejemplo, meter demasiados trabajadores en una oficina podría estorbar y reducir la producción? Porque si a la empresa le sobrase algún factor, simplemente podría deshacerse de él a coste cero (desecharlo, dejar la máquina apagada, etc.). Al poder «eliminarlo gratuitamente» nos lleva a que tener más cantidad de un factor nunca puede perjudicar ni reducir la producción que ya se lograba antes.

### \* Convexidad de la tecnología

Esta es posiblemente la propiedad más interesante de todas las que vamos a estudiar.

La definición teórica: si tienes dos combinaciones distintas de factores que sirven para producir una misma cantidad y de producción (por ejemplo, la técnica «A» = ( $x_1$ ,  $x_2$ ) y la técnica «B» = ( $z_1$ ,  $z_2$ )), cualquier promedio ponderado o mezcla de estas dos técnicas te permitirá obtener, como mínimo, esa misma cantidad y.



#### EJEMPLO COTIDIANO PARA ENTENDER MEJOR ESTA PROPIEDAD

Imaginemos que la técnica «A», con dos factores, produce 1 unidad mediante la combinación ( $a_1$ ,  $a_2$ ), y que la técnica «B», también con dos factores, produce 1 unidad mediante la combinación ( $b_1$ ,  $b_2$ ).

Paso instrumental (no es aún el punto de convexidad): para poder comparar ambas técnicas al mismo nivel de producción, multiplicamos proporcionalmente los inputs de cada una. Suponiendo que la tecnología presenta rendimientos constantes a escala (multiplicar todos los inputs de una técnica por un mismo número multiplica el output exactamente por ese número; apartado 1.9), si una unidad de A produce una unidad, entonces 100 unidades de A (usando  $100a_1$  y  $100a_2$ ) producen 100 unidades; y lo mismo con la técnica B: 100 unidades usando  $100b_1$  y  $100b_2$ . Esta operación es solo un recurso instrumental para situar a A y a B en el mismo nivel de producción (100 unidades).

La idea central de la convexidad es la siguiente: ¿qué sucede si mezclamos ambas técnicas ya multiplicadas, en vez de usar solo una de ellas? ¿Qué pasa si decidimos diversificar y producir una parte con cada método? Por ejemplo, producir 25 unidades usando el método «A» y 75 unidades usando el método «B». Esto sería totalmente posible usando ( $25a_1$ ,  $25a_2$ ) y ( $75b_1$ ,  $75b_2$ ), y seguiríamos obteniendo, como mínimo, 100 unidades en total. Esta posibilidad de mezclar procesos productivos sin perder producción es precisamente lo que llamamos convexidad de la tecnología.

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad (a_1, a_2) &\rightarrow Q=1 \\ \textcircled{B} \quad (b_1, b_2) &\rightarrow Q=1 \end{aligned}$$

Rendimientos constantes

$$\begin{aligned} (20a_1, 20a_2) &\rightarrow Q=20 \\ (20b_1, 20b_2) &\rightarrow Q=20 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (5a_1, 5a_2) &\rightarrow Q=5 \\ (15b_1, 15b_2) &\rightarrow Q=15 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q=20 \end{array} \right.$$

**Convexidad: mezclar las técnicas A y B también permite producir  $y = 100$**

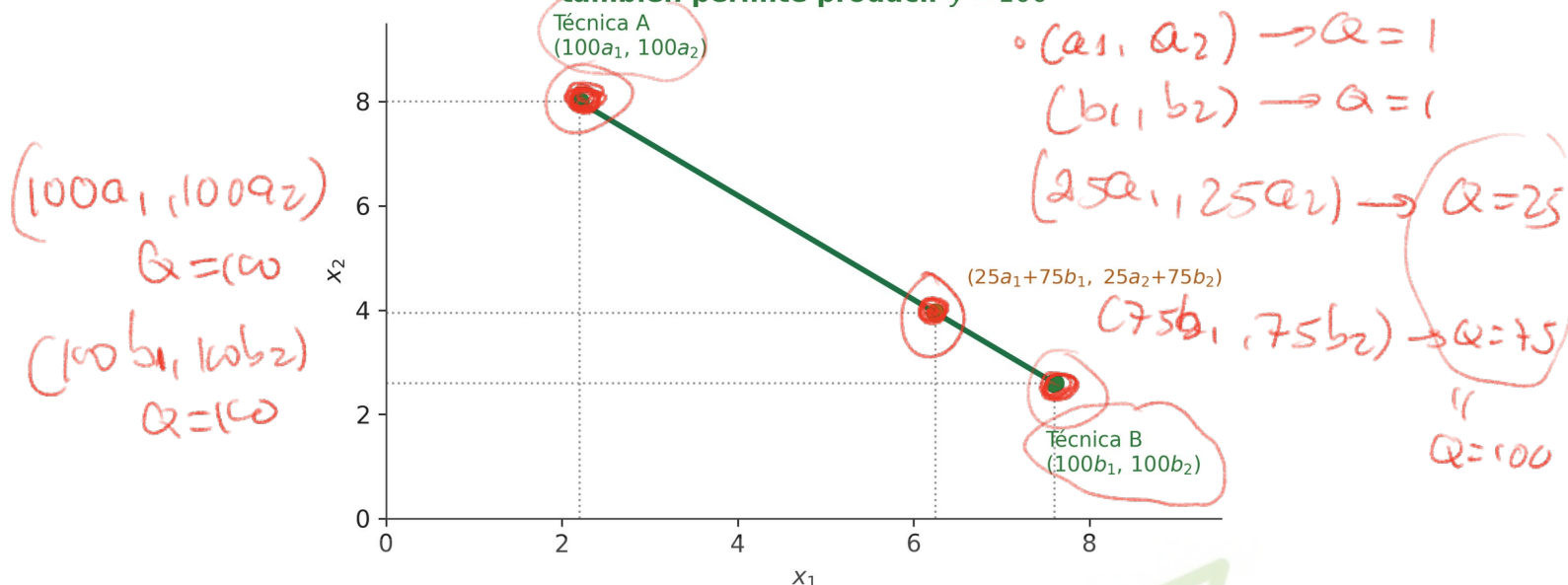


Figura 1.6. Mezcla de las técnicas A y B: el punto  $(25a_1+75b_1, 25a_2+75b_2)$  sobre la isocuanta muestra que combinar ambas técnicas también permite alcanzar el mismo nivel de producción.

### & ¿POR QUÉ ES UN SUPUESTO NATURAL?

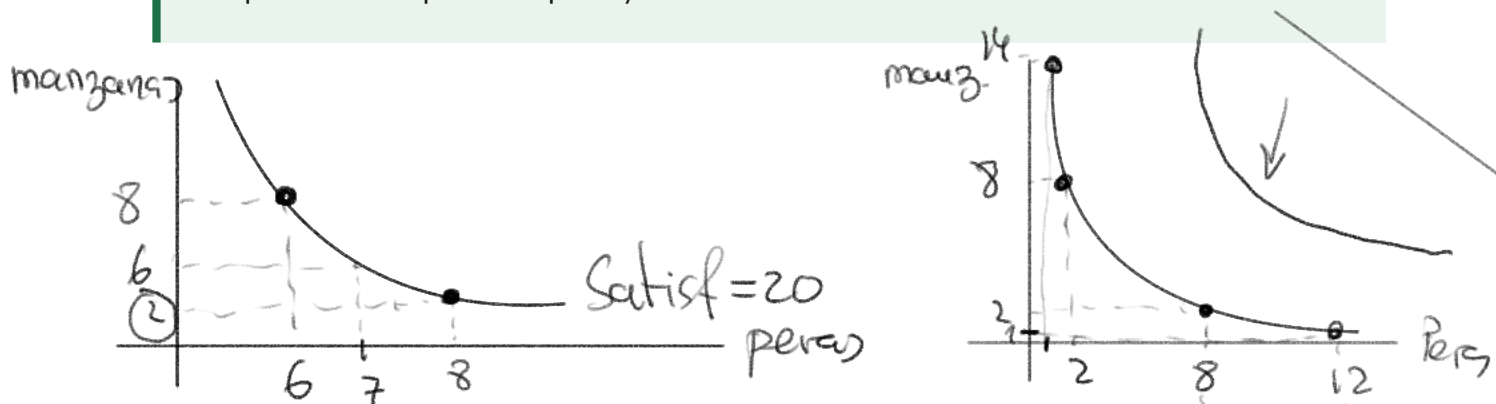
En el fondo, la convexidad no exige nada raro: si una técnica se puede replicar (usarla a mayor o menor escala) y además se puede usar en paralelo con otra sin que se estorben, entonces repartir tus recursos entre ambas nunca puede salir peor que usar solo una. Basta con dedicar una parte de tus medios a la técnica A y el resto a la técnica B, cada una funcionando de forma independiente.

#### 💡 EJEMPLO COTIDIANO

Una panadería tiene un horno de gas y otro eléctrico, y ambos consiguen el mismo pan. No hace falta elegir uno solo: puede hornear la mitad de las hogazas en el horno de gas y la otra mitad en el eléctrico, a la vez. La producción conjunta es, como mínimo, la misma que usando un solo horno, porque uno no interfiere con el otro.

#### ⚠️ PREGUNTAS DE REPASO

1. ¿Por qué la propiedad de monotonidad se conoce también como «eliminación gratuita»?
2. En el ejemplo de las técnicas «A» y «B», ¿qué representa el punto  $(25a_1 + 75b_1, 25a_2 + 75b_2)$  sobre la isocuanta?
3. ¿Por qué la convexidad de la tecnología es un supuesto natural cuando los procesos de producción se pueden replicar y mezclar libremente?



## 1.5. La relación técnica de sustitución (RTS)

En esta sección vamos a ver cómo puede la empresa sustituir un factor por otro manteniendo el mismo nivel de producción (es decir, moviéndose a lo largo de una misma isocuanta). Aquí lo que pretendemos es ver cómo podemos cambiar un factor (por ejemplo la mano de obra) por otro (por ejemplo la maquinaria) manteniendo constante la producción. La Relación Técnica de Sustitución (RTS) nos dice en qué proporción se puede efectuar ese cambio sin que se modifique la producción.

### & IDEA CENTRAL

Tiene una interpretación sencilla: si miramos la gráfica de una isocuanta, la RTS no es más que la pendiente de la curva isocuanta. Tiene signo negativo porque si reduces un factor, obligatoriamente tienes que aumentar el otro para no perder producción (recuerda que en la isocuanta la producción era constante). Es el equivalente en la teoría de la producción a la Relación Marginal de Sustitución (RMS) de la teoría del consumidor.

La deducción matemática: para que la producción final no varíe, el cambio total en el producto debe ser cero,  $\Delta y = 0$ . Matemáticamente se resume en la siguiente ecuación. Operando un poco, es decir, usando un poco de álgebra, llegamos a la relación técnica de sustitución (RTS).

En el fondo queremos responder la siguiente pregunta: si decido renunciar a una pequeña cantidad del factor 1 ( $\Delta x_1$ ), ¿cuánto factor 2 extra ( $\Delta x_2$ ) necesito para que la producción no caiga?

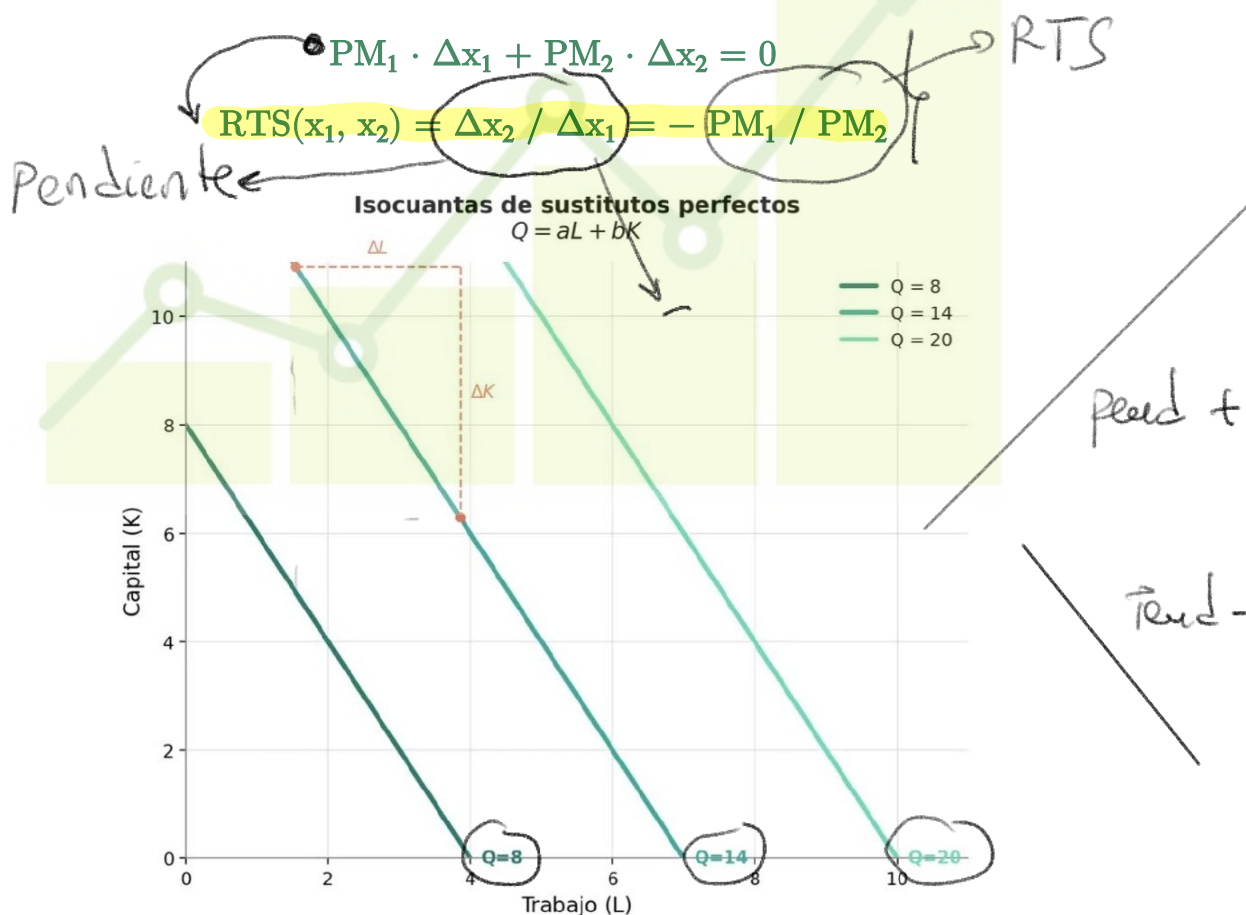


Figura 1.7. Isocuantas de sustitutos perfectos ( $Q = aL + bK$ ): la RTS es la pendiente constante  $-a/b$  de cada recta.

$$RTS = 3 = \frac{PM_L}{PM_K}$$

$$PM_L = 3 PM_K$$



### ! PREGUNTAS DE REPASO

1. ¿Por qué la RTS es, en esencia, la pendiente de la isocuanta?
2. ¿Por qué el signo de la RTS es negativo?  $Q = \text{igual}$
3. ¿Con qué concepto de la teoría del consumidor se corresponde exactamente la RTS?  $RTS$

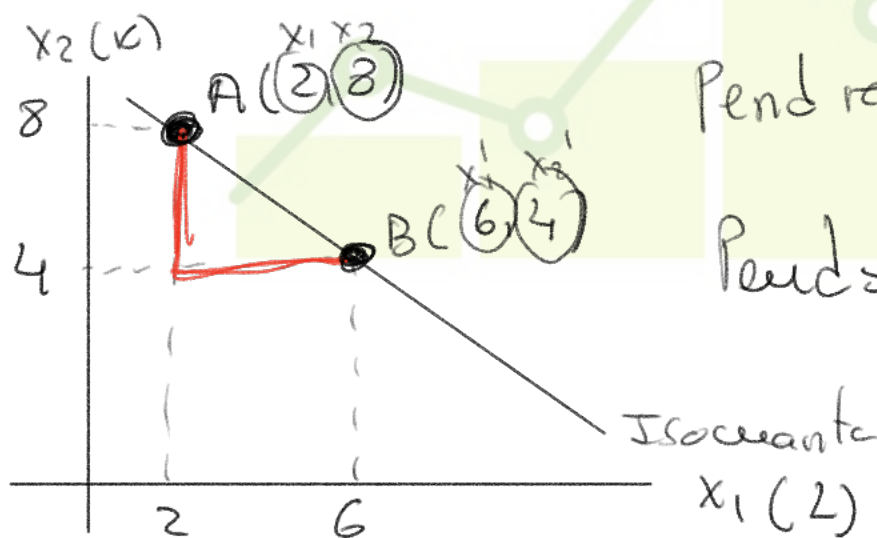
$$RTS = \frac{PM_L}{PM_K}$$

en la Teoría Consumidor RTS  
Curso 1º Introd.

$PM_L \rightarrow$  la producción que aporta el último trabaj

$PM_K \rightarrow$  igual pero con la última maq.

$$\frac{\Delta X_2}{\Delta X_1} = - \frac{PM_1}{PM_2}$$



$$\text{Pend recta} = \frac{\Delta \text{altura}}{\Delta \text{base}} = \frac{4-8}{6-2}$$

$$\text{Pend} = \frac{-4}{4} = -1 = \frac{\Delta X_2}{\Delta X_1}$$

$$= \frac{-4}{4}$$

$$\frac{\Delta X_2}{\Delta X_1} = \frac{-PM_1}{PM_2} = -1 \Rightarrow \frac{PM_1}{PM_2} = 1 \Rightarrow PM_1 = PM_2$$



## 1.6. El producto marginal decreciente

baxe : haya algún factor fijo

Es una de las leyes económicas más famosas del mundo real. Se analizó en un apartado anterior y viene a decir qué ocurre cuando aumentas un solo factor productivo manteniendo todos los demás constantes.

La ley viene a decir: a medida que añadimos más unidades de un factor (por ejemplo, trabajadores), manteniendo fijo el otro (por ejemplo la maquinaria), llegará un momento en el que la aportación adicional de un nuevo trabajador será cada vez menor. La explicación que ya hemos dado es que se producen fallos de coordinación, cuellos de botella...

Este concepto es fácil de entender: supongamos una cocina con 1 solo cocinero. Este cocinero tendrá toda una batería de cacerolas, sartenes... a su disposición y podrá producir a unidades. Si metemos otro cocinero es muy posible que mediante un trabajo coordinativo se logre aumentar la producción en más del doble de a. Si metemos un tercer cocinero, mediante la coordinación y especialización, haciendo cada uno aquello en lo que es más productivo, es muy posible que la producción total aumente más del triple. Pero llegará un momento en que introducir un cocinero más hará que los cocineros empiecen a estorbarse, unos tengan que esperar un utensilio pues está siendo usado por otro. Esto llevaría a una disminución en la productividad.

### & IDEA CENTRAL DEL PRODUCTO MARGINAL DECRECIENTE

El producto marginal decreciente solo describe qué ocurre al variar un único factor manteniendo el resto fijo; no debe confundirse con los rendimientos de escala, donde se incrementan todos los factores a la vez (apartado 1.9).



#### EJEMPLO COTIDIANO

*El ejemplo de la agricultura (muy intuitivo y fácil de ver): 1 hombre en 1 hectárea produce 100 quintales. Si añades un 2.º hombre, la producción sube a 200 (el producto marginal del segundo es 100). Recuerda que el producto marginal del trabajo es lo que aporta el último trabajador. Pero el espacio es fijo, recordar que tenemos solo 1 hectárea. Si seguimos añadiendo un 3.º, 4.º o 5.º hombre, la tierra empieza a estar saturada. El 4.º trabajador quizás solo aporta 80 quintales extra, y el 5.º solo 70.*



#### PREGUNTAS DE REPASO

1. En el ejemplo de la hectárea de maíz, ¿por qué el producto marginal del trabajador va bajando a partir del tercer o cuarto hombre?
2. ¿Qué condición debe cumplirse (sobre el resto de factores) para que hablemos de producto marginal decreciente?
3. ¿Por qué decimos que el producto marginal decreciente es «una de las leyes económicas más famosas del mundo real»?



Condición

$$Q = cte$$



## 1.7. La relación técnica de sustitución decreciente

RTS

¿Qué significa RTS decreciente? Significa que a medida que te desplazas a la derecha en una isocuanta (es decir, usar más cantidad del factor 1 y menos del factor 2), la pendiente de la curva se va volviendo cada vez más plana (menor en valor absoluto). Una manera de verlo es la siguiente: si estamos produciendo 100 unidades de producto (estamos en una isocuanta concreta) y queremos añadir más cantidad del primer factor, necesariamente deberíamos eliminar del segundo, porque si añadimos del primero y mantenemos del segundo lo normal es que la producción aumente.

Este apartado aclara una confusión muy típica: no es lo mismo el producto marginal decreciente que la RTS decreciente. Una RTS decreciente lo único que viene a decir es que si queremos mantener constante la producción (estar en la misma isocuanta), si aumentamos la cantidad de un factor debemos forzosamente disminuir la cantidad del otro. Hay una relación inversa, más de uno  $\Rightarrow$  menos de otro, por eso se dice decreciente.

### ✓ A TENER EN CUENTA

- **El producto marginal decreciente.** Esto solo se cumple si aumentamos un factor y los demás factores se quedan fijos (en el ejemplo que estamos viendo, la tierra). Si aumentáramos los trabajadores y también la tierra a la vez, estaríamos hablando de cambios de «escala», ya que estaríamos variando la cantidad de los dos factores y no de producto marginal decreciente.

#### 💡 EJEMPLO COTIDIANO

Por ejemplo, si se cumpliera que  $PM1/PM2 = 3$ , eso querría decir que en ese punto de la isocuanta el factor 1 es tres veces más productivo que el factor 2. Aquí la empresa estaría dispuesta a cambiar 1 unidad del factor 1 por 3 unidades del factor 2 para seguir produciendo la misma cantidad. Esta relación de intercambio, quitar una unidad de un factor por tres de otro, es lo que viene a ser RTS decreciente.

### # DIFERENCIA ENTRE AMBOS CONCEPTOS

- El producto marginal decreciente mira qué pasa con la producción cuando aumentas un factor (por ejemplo el primero) en una unidad y dejas el otro totalmente fijo.
- La RTS decreciente mira cómo cambia el cociente de productividades  $PM1/PM2$  cuando aumentas un factor y ajustas el otro factor para seguir estando en la misma isocuanta.

#### 💡 EJEMPLO COTIDIANO

Si metes a 200 trabajadores en una sola hectárea, se estorbarán tanto entre ellos que la producción incluso podría caer. Dice un acertado refrán: «Demasiada gente en la cocina estropea el cocido».

$$RTS = -\frac{PM_1}{PM_2} = (-3) \text{ algunos autores}$$

$$RTS = \frac{PM_1}{PM_2} = 3 \text{ otros autores}$$

$$p_{L1} = 3 p_{K2}$$



### ! PREGUNTAS DE REPASO

1. ¿Por qué la RTS decreciente da a las isocuantas su forma convexa?
2. Si  $PM_1/PM_2 = 3$  en un punto de la isocuanta, ¿qué está dispuesta a hacer la empresa en ese punto?
3. Explica con tus propias palabras la diferencia entre **producto marginal decreciente** y **RTS decreciente**.

$\frac{PM_1(L)}{PM_2(K)} = 3 \Rightarrow$  Empresa puede intercambiar 1 trabajador por 3 máquinas



corto plazo existen factores fijos  
largo plazo todos los factores  
son variables



## 1.8. El largo plazo y el corto plazo

**El Corto Plazo:** es aquel periodo de tiempo donde al menos un factor de producción es fijo (no se puede cambiar). Por ejemplo: la cantidad de tierra de un agricultor, el tamaño de una fábrica, el número de máquinas instaladas, etc. Si queremos producir más mañana por la mañana, no podemos construir una fábrica nueva en unas horas; por eso decimos que es fijo. Tenemos que adaptarnos con lo que ya tenemos, variando solo los factores que sí son **flexibles**, y por eso decimos que son **variables** (en este caso el otro factor, como contratar más horas de mano de obra).

En el corto plazo uno de los factores es fijo; supongamos que el factor fijo es el factor 2. Eso se suele indicar de la siguiente manera:

$$f(x_1, \bar{x}_2) \quad \text{corto plazo}$$

En el corto plazo, al graficar la producción normalmente colocaremos al factor variable  $x_1$  en el eje horizontal y la producción en el eje vertical; veremos que la curva se va aplanando (se vuelve cada vez más horizontal) conforme va aumentando la cantidad del factor variable. Esto ocurre porque, al estar el otro factor congelado (fijo), llegará un momento en el que cada unidad extra de  $x_1$  rinde menos que la anterior.

**Recordemos una excepción hecha al inicio (Rendimientos Crecientes):** es muy posible que al principio, cuando hay muy pocos trabajadores, añadir los primeros genere rendimientos marginales crecientes. Por ejemplo, en una finca, si solo hay un único trabajador y tiene que sembrar, arar, cortar, podar..., es muy posible que sea poco productivo. Si añadimos otro trabajador, podríamos usar la ventaja de la especialización y del trabajo en equipo y que ambos sean más productivos. Pero a la larga, si la finca es la misma, si añadimos muchos trabajadores, lo normal es que la productividad decaiga.

### & IDEA CENTRAL

La diferencia entre corto y largo plazo no es una cuestión de meses o años, sino de qué factores puede ajustar la empresa: en el corto plazo hay al menos un factor fijo; en el largo plazo, todos son variables.

El Largo Plazo: es el escenario donde todos los factores de producción son variables.



#### EJEMPLO COTIDIANO

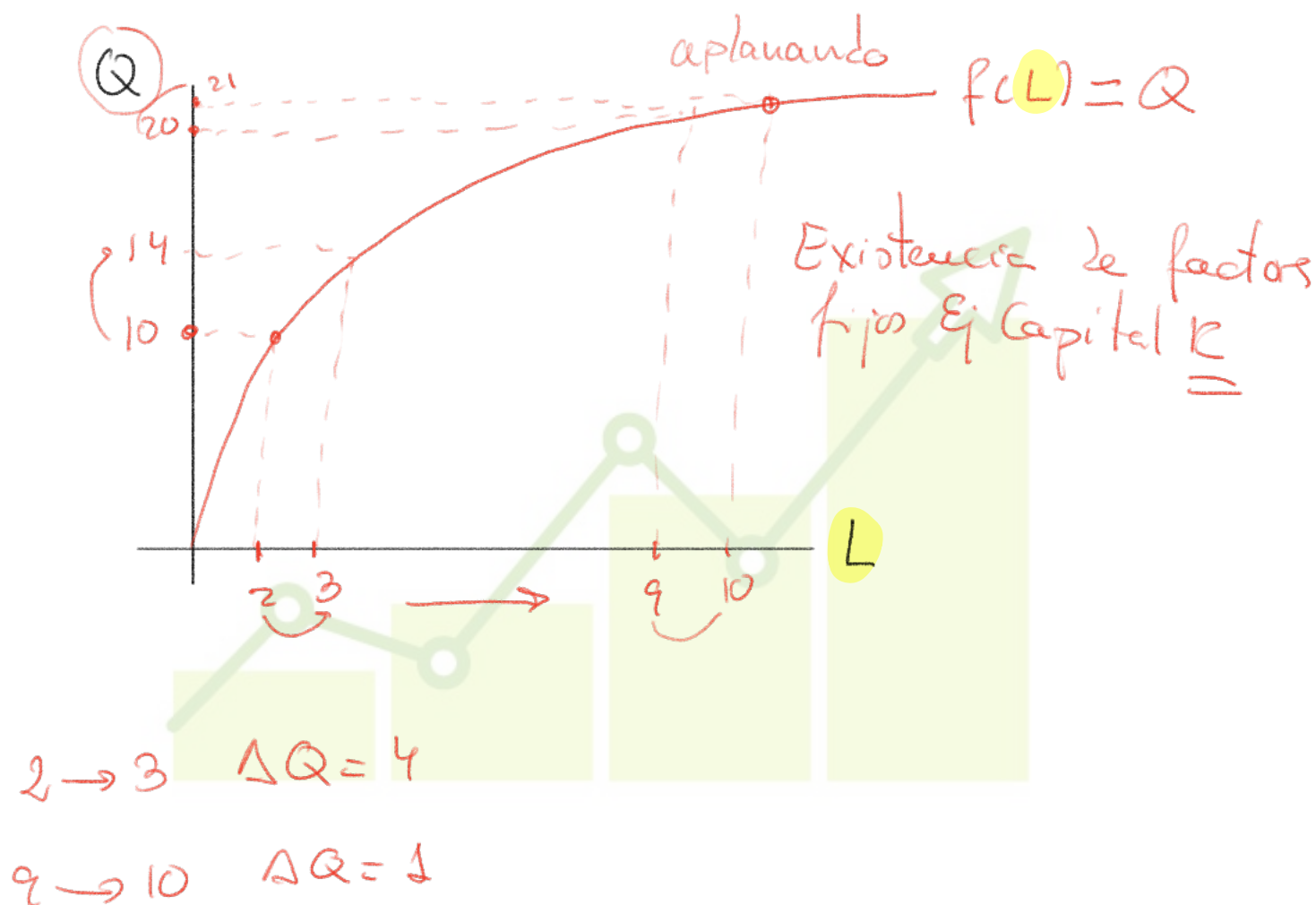
*Si un solo agricultor tiene que arar, sembrar y regar, pierde mucho tiempo cambiando de tarea. Si contrata a un segundo y un tercer trabajador, se pueden dividir eficientemente las tareas y especializarse, haciendo que la producción crezca de forma espectacular.*

Aunque el desenlace final es inevitable: independientemente de que al principio exista esa fase de ganancias por especialización (rendimientos crecientes), a la larga el producto marginal del trabajo acabará disminuyendo, porque la restricción de que la tierra (o la fábrica) sea fija terminará saturando el proceso productivo.



### ! PREGUNTAS DE REPASO

1. ¿Por qué la curva de producción a corto plazo se va «aplanando» conforme aumenta el factor variable?
2. ¿Por qué, aunque al principio haya ganancias por especialización, el producto marginal del trabajo acaba disminuyendo a la larga?
3. ¿Qué diferencia fundamental hay entre el corto y el largo plazo en términos de qué factores son fijos?



## 1.9. Los rendimientos de escala

En este último apartado del tema analizaremos cómo responde la producción cuando cambias todos los factores a la vez y en la misma proporción, es decir, doblamos todos los factores, los triplicamos... etc. Pasamos de hablar del corto plazo (donde había cosas fijas) al largo plazo, dando lugar al concepto de rendimientos de escala. La empresa tiene el tiempo suficiente para expandirse, para comprar más tierras, vender o comprar más maquinaria o abrir nuevas sucursales. No existen restricciones físicas del pasado, podemos adaptarnos.

A diferencia de lo que sucedía con el producto marginal (donde solo variaba un factor), aquí multiplicamos todos los factores por una constante  $t$  (donde  $t > 1$ ; por ejemplo, si  $t = 2$  estamos duplicando todos los factores). Formalmente podemos describir tres tipos de rendimientos de escala.

- **Rendimientos Constantes de Escala:** al multiplicar todos los factores por  $t$ , la producción se multiplica exactamente por  $t$ .

$$f(t \cdot x_1, t \cdot x_2) = t \cdot f(x_1, x_2)$$

→ producción  $f(2, 8) = 100$   
 $\times 3$   $f(6, 24) = 300$

- **Rendimientos Crecientes de Escala:** al multiplicar los factores por  $t$ , la producción aumenta más que proporcionalmente.

$$f(t \cdot x_1, t \cdot x_2) > t \cdot f(x_1, x_2)$$

$f(2, 8) = 100$   
 $\times 3$   $f(3, 24) = 500 > 3 \cdot 100$

- **Rendimientos Decrecientes de Escala:** al multiplicar los factores por  $t$ , la producción aumenta menos que proporcionalmente.

$$f(t \cdot x_1, t \cdot x_2) < t \cdot f(x_1, x_2)$$

$f(2, 8) = 100$   
 $\times 3$   $f(6, 24) = 250 < 3 \cdot 100$

### & IDEA CENTRAL

En la vida real «la réplica» es un caso muy natural. Si una empresa ya tiene una fábrica funcionando y quiere producir el doble, la solución más lógica es construir otra planta contigua exactamente igual (replicar el proceso). Doble de factores, doble de producto, sencillo.

### ✓ A TENER EN CUENTA

Rendimiento → largo plazo

- Ojo con este resultado: se pueden tener rendimientos constantes a escala (a largo plazo) y, al mismo tiempo, tener un producto marginal decreciente (a corto plazo). No hay ninguna contradicción, ya que los rendimientos de escala describen qué pasa cuando se incrementan todos los factores, mientras que el producto marginal decreciente describe solo lo que pasa cuando se incrementa uno solo, manteniendo los demás fijos.
- Hemos de tener cuidado en el siguiente aspecto: el que existan rendimientos decrecientes de escala —es decir, si duplicas todo y obtienes menos del doble— algo estás haciendo mal (siempre podrías simplemente replicar la primera fábrica). Normalmente, si aparecen rendimientos decrecientes a escala, es porque nos estamos olvidando de algún factor que se quedó fijo en el fondo (como la capacidad de gestión del director general o un recurso natural limitado), lo que realmente lo convierte en un problema de corto plazo disimulado.



$A = 4\pi R^2$  por este área para petróleo

### 💡 EJEMPLO COTIDIANO (rendimientos crecientes a escala)

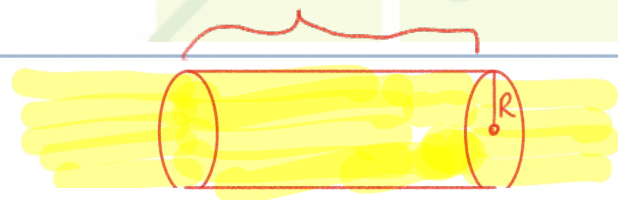
Un ejemplo clásico de rendimientos crecientes a escala es el del oleoducto: si duplicas el diámetro de un tubo (lo que usa el doble de materiales), el volumen de su sección se multiplica por cuatro. Por tanto, puedes transportar mucho más del doble de petróleo. Hay una ganancia de eficiencia geométrica o técnica.

### 💡 EJEMPLO COTIDIANO (rendimientos constantes a escala)

Intel y la estrategia «Copiar exactamente»: para evitar problemas de calidad al expandirse, Intel descubrió que no debía intentar «optimizar» o cambiar cosas al abrir nuevas plantas de chips. La directriz era copiar hasta el más mínimo detalle (incluso la longitud de las mangueras de refrigeración) de la planta original. Al replicar perfectamente el proceso, se aseguran de mantener los rendimientos constantes de escala y aumentar la producción de forma predictiva. Como dice el refranero español: «si funciona, no lo cambies». Centros de procesamiento de datos (Google, Amazon): si necesitas duplicar la capacidad informática, simplemente añades el doble de terminales u ordenadores idénticos y obtienes el doble de servicio. Es un ejemplo puro de rendimientos constantes a escala.

### ⚠️ PREGUNTAS DE REPASO

1. ¿Por qué se dice que la réplica de una planta es el argumento más natural a favor de los rendimientos constantes de escala?
2. ¿Por qué unos rendimientos decrecientes de escala suelen esconder, en realidad, un factor fijo que hemos olvidado?
3. Explica por qué no hay contradicción entre tener rendimientos constantes de escala y, a la vez, producto marginal decreciente en cada factor.



$A = 4\pi R^2$  por este área para petróleo

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$



$$A = 4\pi (2R)^2$$

$$4\pi (4R^2) = 4(4\pi R^2)$$

$$V = 8 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

## Formulario y resumen

A modo de repaso final, esta tabla recoge todas las expresiones clave que hemos utilizado a lo largo del tema.

| Concepto                             | Expresión                                                                                    |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Conjunto de producción               | $\{(x, y) : y \text{ es obtenible a partir de } x\}$                                         |
| Isocuanta de nivel $y_0$             | $\{(x_1, x_2) : f(x_1, x_2) = y_0\}$                                                         |
| Proporciones fijas (Leontief)        | $f(x, y) = \min\{ax, by\} = \min\left\{\frac{x}{\frac{1}{a}}, \frac{y}{\frac{1}{b}}\right\}$ |
| Sustitutos perfectos                 | $f(x, y) = ax + by$                                                                          |
| Cobb-Douglas                         | $f(x, y) = A \cdot x^a \cdot y^b$                                                            |
| Relación Técnica de Sustitución      | $RTS(x_1, x_2) = \Delta x_2 / \Delta x_1 = - PM_1 / PM_2$                                    |
| Corto plazo (factor 2 fijo)          | $f(x_1, \bar{x}_2)$                                                                          |
| Rendimientos constantes de escala    | $f(t \cdot x_1, t \cdot x_2) = t \cdot f(x_1, x_2)$                                          |
| Rendimientos crecientes de escala    | $f(t \cdot x_1, t \cdot x_2) > t \cdot f(x_1, x_2)$                                          |
| Rendimientos decrecientes de escala  | $f(t \cdot x_1, t \cdot x_2) < t \cdot f(x_1, x_2)$                                          |
| Rendimientos a escala (Cobb-Douglas) | $a + b = 1$ constantes $\cdot a + b > 1$ crecientes $\cdot a + b < 1$ decrecientes           |



signo (-)

$$RTS = \frac{PM_L}{PM_K} = 5$$

$$Q = cte.$$

$$PM_L = 5 PM_K$$

1 L hace lo mismo  
5 K.