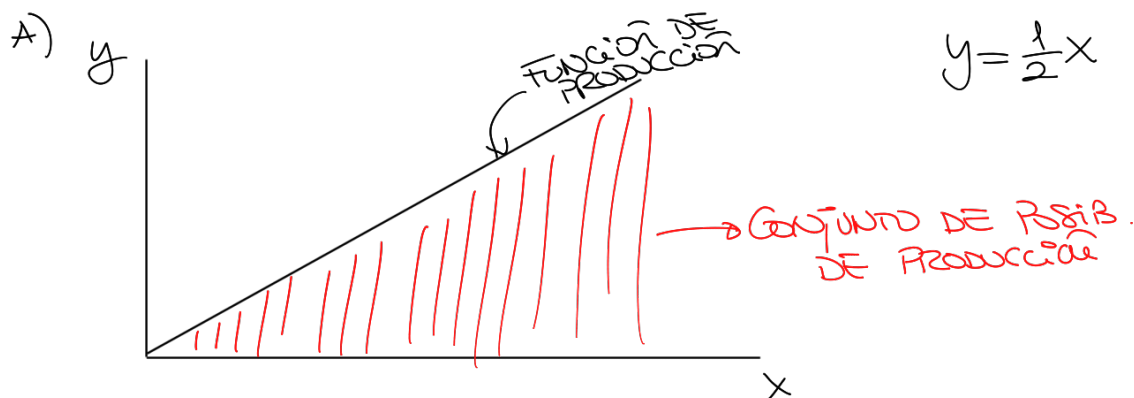




TEMA 1. EJERCICIOS

1.- Sea la función de producción: $y = f(x) = \frac{1}{2}x$. Se pide:

- Dibuje el Conjunto de Posibilidades de Producción (CPP).
- Calcule la Productividad Marginal del factor.
- Calcule la Productividad Media del factor.

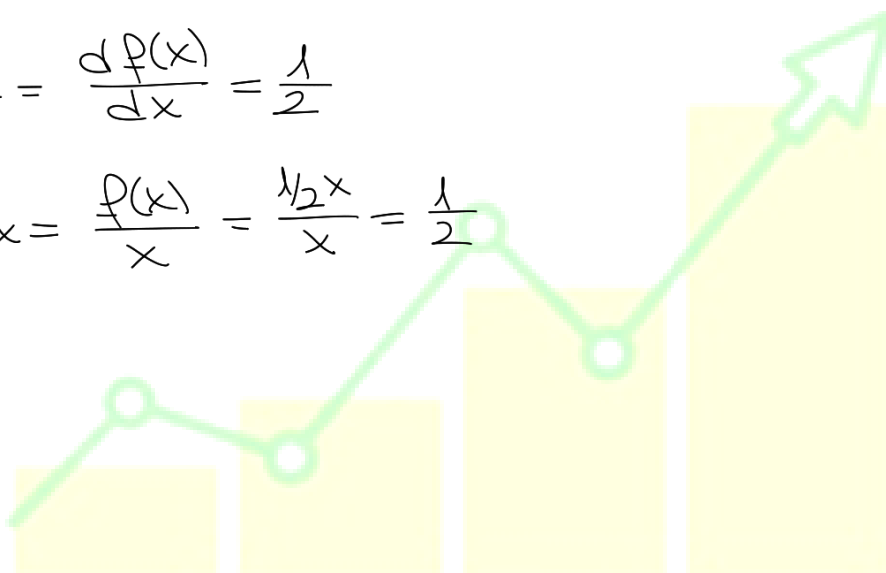


B)

$$P_{Mx} = \frac{d f(x)}{dx} = \frac{1}{2}$$

C)

$$P_{Me_x} = \frac{f(x)}{x} = \frac{\frac{1}{2}x}{x} = \frac{1}{2}$$





2.- Para cada una de las funciones de producción siguientes:

1. $y = f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$
2. $y = f(x_1, x_2) = x_1^{1/4} x_2^{3/4}$
3. $y = f(x_1, x_2) = (x_1 + a)(x_2 + b)$
4. $y = f(x_1, x_2) = ax_1 + b\sqrt{x_2}$
5. $y = f(x_1, x_2) = (x_1^{1/3} + x_2^{1/3})^3$

Se pide lo siguiente:

- a) Calcule el Producto Marginal de cada uno de los factores.
- b) Calcule la Relación Técnica de sustitución.
- c) Diga si el Producto Marginal del factor x_1 es creciente, constante o decreciente al variar únicamente la cantidad empleada de ese mismo factor.
- d) Diga si la tecnología presenta rendimientos de escala crecientes, constantes o decrecientes en las funciones de producción 1, 2, 4 y 5.

$$y = ax_1 + bx_2$$

$$(a) PM_1 = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = a$$

$$PM_2 = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = b$$

$$(b) RTS = -\frac{PM_1}{PM_2} = -\frac{a}{b}$$

$$(c) PM'_1 = 0 \rightarrow PM_1 \text{ CONSTANTE}$$

$$(d) f(tx_1, tx_2) = atx_1 + btx_2 = t(ax_1 + bx_2) = t \cdot y$$

R CONSTANTES $\Rightarrow f(tx_1, tx_2) = t \cdot y$

$$y = x_1^{1/4} x_2^{3/4}$$

$$(a) PM_1 = \frac{1}{4} x_1^{-3/4} x_2^{3/4}$$

$$PM_2 = x_1^{1/4} \cdot \frac{3}{4} x_2^{-1/4}$$

$$(b) RTS = -\frac{\frac{1}{4} x_1^{-3/4} x_2^{3/4}}{x_1^{1/4} \frac{3}{4} x_2^{-1/4}} = -\frac{x_2^{3/4} x_2^{1/4}}{x_1^{1/4} 3 x_1^{3/4}} = -\frac{x_2}{3x_1}$$

$$(c) PM'_1 = \frac{1}{4} \left(-\frac{3}{4}\right) x_1^{-7/4} x_2^{3/4} = -\frac{3}{16} x_1^{-7/4} x_2^{3/4} < 0 \quad PM_1 \text{ DECRECIENTE}$$

$$(d) f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^{1/4} (tx_2)^{3/4} = t^{1/4} x_1^{1/4} t^{3/4} x_2^{3/4} = t \cdot \underbrace{x_1^{1/4} x_2^{3/4}}_y = t \cdot y$$

$f(tx_1, tx_2) = t \cdot y \Rightarrow R. \text{CONSTANTES}$





$$y = (x_1 + a)(x_2 + b)$$

$$(a) P_{ll_1} = x_2 + b$$

$$P_{ll_2} = x_1 + a$$

$$(b) RTS = - \frac{P_{ll_1}}{P_{ll_2}} = - \frac{x_2 + b}{x_1 + a}$$

$$(c) P_{ll_1}' = 0 \rightarrow P_{ll_1} \text{ CONSTANTE}$$

(d) —

$$y = ax_1 + b\sqrt{x_2}$$

$$(a) P_{ll_1} = a$$

$$P_{ll_2} = b \cdot \frac{1}{2\sqrt{x_2}} = \frac{b}{2\sqrt{x_2}}$$

$$(b) RTS = - \frac{a}{\frac{b}{2\sqrt{x_2}}} = - \frac{2a\sqrt{x_2}}{b}$$

$$(c) P_{ll_1}' = 0 \rightarrow P_{ll_1} \text{ CONSTANTE}$$

(d)

$$f(tx_1, tx_2) = atx_1 + b\sqrt{tx_2} = t \cdot ax_1 + t^{1/2} b\sqrt{x_2}$$

$$\begin{aligned} f(tx_1, tx_2) - t \cdot f(x_1, x_2) &= \cancel{t \cdot ax_1} + t^{1/2} b\sqrt{x_2} - \cancel{t \cdot ax_1} - t \cdot b\sqrt{x_2} = \\ &= t^{1/2} b\sqrt{x_2} - t \cdot b\sqrt{x_2} = b\sqrt{x_2} (t^{1/2} - t) < 0 \end{aligned}$$

$$f(tx_1, tx_2) < t \cdot f(x_1, x_2)$$

R. DECRECIENTES





$$y = (x_1^{1/3} + x_2^{1/3})^3$$

$$(a) \text{ PLL}_1 = \cancel{2}(x_1^{1/3} + x_2^{1/3})^2 \cdot \frac{1}{\cancel{3}} x_1^{-2/3} = \frac{(x_1^{1/3} + x_2^{1/3})^2}{x_1^{2/3}}$$

$$\text{PLL}_2 = \cancel{2}(x_1^{1/3} + x_2^{1/3})^2 \cdot \frac{1}{\cancel{3}} x_2^{-2/3} = \frac{(x_1^{1/3} + x_2^{1/3})^2}{x_2^{2/3}}$$

$$(b) \text{ RTS} = - \frac{\frac{(x_1^{1/3} + x_2^{1/3})^2}{x_1^{2/3}}}{\frac{(x_1^{1/3} + x_2^{1/3})^2}{x_2^{2/3}}} = - \frac{x_2^{2/3}}{x_1^{2/3}} = - \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{2/3}$$

$$(c) \text{ PLL}'_1 = \frac{[2(x_1^{1/3} + x_2^{1/3}) \cdot \frac{1}{3} x_1^{-2/3}] x_1^{2/3} - \frac{2}{3} x_1^{1/3} (x_1^{1/3} + x_2^{1/3})^2}{(x_1^{2/3})^2} < 0$$

PLL DECRECIENTE

$$(d) f(tx_1, tx_2) = [(tx_1)^{1/3} + (tx_2)^{1/3}]^3 = [t^{1/3} x_1^{1/3} + t^{1/3} x_2^{1/3}]^3 = \\ = [t^{1/3} (x_1^{1/3} + x_2^{1/3})]^3 = t \cdot \underbrace{(x_1^{1/3} + x_2^{1/3})^3}_y = t \cdot y$$

R. CONSTANTES: $f(tx_1, tx_2) = t \cdot y$





3.- Sea una empresa que produce un determinado producto en dos países (A y B) con distintas funciones de producción. Las función de producción son:

$$f_A(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\}$$

$$f_B(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$$

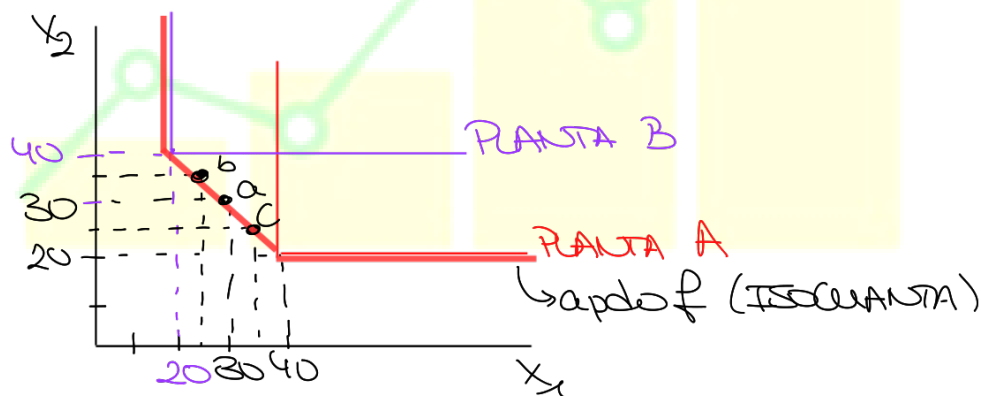
Se pide los siguiente:

- Dibuje la isocuanta correspondiente al nivel de producción 40 para cada una de las dos plantas.
- Suponga que la empresa decide producir 20 unidades de producto entre cada planta. ¿Qué cantidades de factores necesitará para producirlas?
- Indique en el gráfica con una a el punto correspondiente a la cantidad total de los dos factores necesaria para producir 20 unidades de producto en cada planta.
- Indique en el gráfico con una b el punto correspondiente a la cantidad total de los dos factores necesaria para producir 10 unidades de producto en la planta A y 30 en la B.
- Indique en el gráfico con una c el punto correspondiente a la cantidad total de los dos factores necesaria para producir 30 unidades de producto en la planta A y 10 en la B.
- Dibuje la isocuanta correspondiente a 40 unidades de producción si la empresa puede subdividir la producción de la manera que más le convenga en las dos plantas.

(a) $y=40$

PLANTA A $\rightarrow 40 = \min\{x_1, 2x_2\} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 40 \\ 2x_2 = 40; x_2 = 20 \end{cases}$

PLANTA B $\rightarrow 40 = \min\{2x_1, x_2\} \rightarrow \begin{cases} 2x_1 = 40; x_1 = 20 \\ x_2 = 40 \end{cases}$



(b) 20 en A $\rightarrow 20 = \min\{x_1, 2x_2\} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 20 \\ x_2 = 10 \end{cases}$

20 en B $\rightarrow 20 = \min\{2x_1, x_2\} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = 20 \end{cases}$

$x_1^T = 30$

$x_2^T = 30$





(d) 10 en A $\rightarrow 10 = \min\{x_1, 2x_2\} \rightarrow x_1 = 10; x_2 = 5$

30 en B $\rightarrow 30 = \min\{2x_1, x_2\} \rightarrow x_1 = 15; x_2 = 30$

$$x_1^T = 25$$

$$x_2^T = 35$$

(e) 30 en A $\rightarrow 30 = \min\{x_1, 2x_2\} \rightarrow x_1 = 30; x_2 = 15$

10 en B $\rightarrow 10 = \min\{2x_1, x_2\} \rightarrow x_1 = 5; x_2 = 10$

$$x_1^T = 35$$

$$x_2^T = 25$$

