

Examen 2023/24-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Fundamentos de matemáticas	71.516	20/1/2024	12:00

Este enunciado también corresponde a las siguientes asignaturas:

- 21.401 - Fundamentos de matemáticas

Ficha técnica del examen

- No es necesario que escribas tu nombre. Una vez resuelta la prueba final, solo se aceptan documentos en formato .doc, .docx (Word) y .pdf.
 - Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la que te has matriculado.
 - Tiempo total: **2 horas** Valor de cada pregunta: **1,25 puntos cada pregunta corta. 2,5 puntos cada ejercicio.**
 - ¿Se puede consultar material durante la prueba? **NO** ¿Qué materiales están permitidos?
 - ¿Puede utilizarse calculadora? **SÍ** ¿De qué tipo? **PROGRAMABLE**
 - Si hay preguntas tipo test, ¿descuentan las respuestas erróneas? **NO** ¿Cuánto?
 - Indicaciones específicas para la realización de este examen: **Es necesario desarrollar tanto las preguntas cortas como los ejercicios. El examen se puede enviar manuscrito. No se pueden usar herramientas de Inteligencia Artificial durante la realización del examen.**
-

Examen 2023/24-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Fundamentos de matemáticas	71.516	20/1/2024	12:00

Enunciados

PREGUNTAS CORTAS

PREGUNTA 1.

Estudiar el rango de la matriz $M = \begin{pmatrix} 0 & m & 1 \\ 0 & 4 & m \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ en función de los valores del parámetro m

PREGUNTA 2.

Las ventas de un producto, en millones de unidades, en un año concreto t vienen determinadas por las ventas que hubo en los dos años anteriores según la siguiente ecuación recurrente:

$$a_t = \frac{5}{3}a_{t-1} - \frac{2}{3}a_{t-2}, \quad t = 2, 3, 4, \dots$$

Hace dos años ($t = 0$), las ventas fueron de $a_0 = 2,4$ millones de unidades. Hace un año ($t = 1$), las ventas fueron de $a_1 = 2,6$ millones de unidades.

Encontrar la expresión del término general a_t en función de la variable t .

PREGUNTA 3.

Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{x+8}$ y $g(x) = x^2 - 4$, encontrar el dominio de las funciones $f(x)$, $(f \circ g)(x)$ y $\frac{f(x)}{g(x)}$.

PREGUNTA 4.

Calculad los límites siguientes:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^3 + 1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^3 + 1}.$$

EJERCICIOS

EJERCICIO 1.

La expresión de la aplicación lineal $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es $f(x, y, z) = (2x + y, y, x - z)$, donde todos los vectores están expresados en la base canónica.

- Determinad la matriz A asociada a la aplicación $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$. (0,25 puntos)
- Determinad el polinomio característico de la matriz A . (0,5 puntos)
- ¿Cuáles son los valores y vectores propios de la matriz A . (1,25 puntos)
- Verificad si el vector $(0,0,4)$ es o no un vector propio de la matriz. (0,5 puntos)

Examen 2023/24-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Fundamentos de matemáticas	71.516	20/1/2024	12:00

EJERCICIO 2.

Un pastor quiere construir un recinto cerrado rectangular para su rebaño de ovejas junto a su casa. Para construir este recinto cerrado, el pastor aprovechará toda o parte de la pared de su casa, que mide 60 metros de largo, para tener uno de los lados del recinto rectangular del cercado. Sabemos que el pastor dispone de 100 metros de valla de madera para construir las otras tres paredes del recinto. Si se designa por x a la medida en metros de cada una de las paredes laterales del recinto, entonces, $100-2x$ es la medida en metros de la pared frontal de la valla (la que está frente a la pared de su casa), ya que sólo dispone de 100 metros de valla de madera para hacer las tres paredes. Con esta información, se pide:

- Expresad el área del recinto cerrado en función de la variable x . (0,5 puntos)
- ¿Cuál es el dominio de esta función? *Indicación. Para encontrar el dominio hay que tener en cuenta las restricciones físicas del planteamiento; por ejemplo, los valores de cada lado de la valla no pueden ser negativos o la pared frontal hecha con valla no puede exceder los 60 metros.* (0,75 puntos)
- ¿Qué dimensiones tendrá el recinto rectangular cerrado si el objetivo del pastor es que el área disponible para las ovejas sea lo más grande posible? (0,75 puntos)
- ¿Cuánto vale esta área máxima? (0,5 puntos)