Prueba de evaluación continua 1B. Intervalos de confianza

Curso 2022/23 · Semestre 1 · Unidad 1: Estimación puntual e intervalos de confianza

---

Pregunta 1

Puntuación: 2,00

En una jornada electoral decisiva se presentan dos candidatos: el verde y el azul. Durante la jornada se realizan encuestas a pie de urna, en las que se pregunta por el voto a n votantes. Con una confianza del $90\ \%$ se ha encontrado que el intervalo de confianza estimado para el porcentaje de votos del candidato verde es $[0,2741,\ 0,3273]$. Con esta información, responde a las siguientes preguntas:

- **a)** ¿Cuál es el análisis estadístico que hay que realizar en este caso?
- **b)** ¿Cuál es la distribución de probabilidad que hay que utilizar?
- **c)** ¿Cuál es el margen de error en la estimación?
- **d)** ¿Cuál es el tamaño de la muestra (n)?

Nota 1: para calcular los valores críticos en las distribuciones de probabilidad, se recomienda la siguiente página web:

`https://www.geogebra.org/m/U5rw94DP`

Importante: para abrir el enlace, haz clic sobre el botón derecho del ratón y seleccionad la opción de abrir enlace en una pestaña nueva.

Nota 2: al hacer los cálculos intermedios, usa siempre un mínimo de cuatro decimales.
Nota 3: en la tercera pregunta, introduce la respuestacon dos decimales, usando la coma (,) como separador decimal, no el punto.
Nota 4: en la última pregunta redondea el valor de n encontrado al múltiplo de 100 más cercano.

(a) 1º Inferencia sobre la proporción.

(b) 2º Distribución normal

(c) 3º $IC = [\hat{p} - E,\ \hat{p} + E] = [0'2741,\ 0'3273]$

$$\begin{cases} \hat{p} - E = 0'2741 \\ \hat{p} + E = 0'3273 \end{cases}$$

4º $+2E = +0'0532$

$E = 0'0266 \longrightarrow$ 5º $\hat{p} = 0'3007$

$\boxed{E = 0'03}$

(d) 6º $E = Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}} = Z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{n}}$

$(\sqrt{n})^2 = \left(\dfrac{Z_{\alpha/2}}{E}\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}\right)^2$

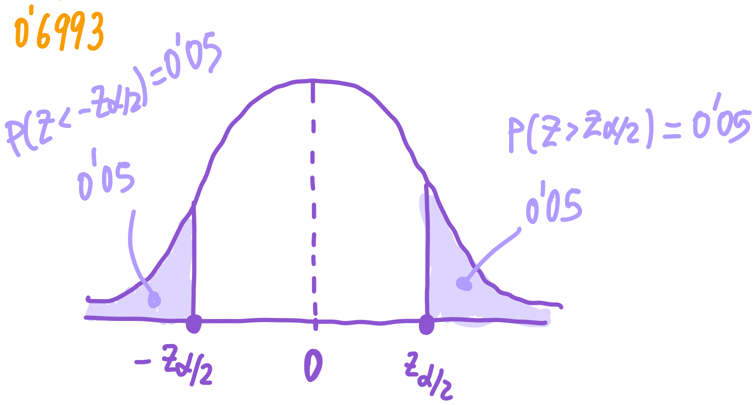
INFO@ADEFACIL.COM

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2}}{\underset{0'0266}{E}}\right)^2 \cdot \overset{0'3007}{\hat{p}} \cdot (\underset{0'6993}{1-\hat{p}})$$

$1-\alpha = 0'90$

$\alpha = 0'10$

$\alpha/2 = 0'05$



$z_{\alpha/2} = 1'6449$

$$n = \left(\frac{1'6449}{0'0266}\right)^2 \cdot 0'3007 \cdot 0'6993 = 804'1 \simeq 805$$

Prueba de evaluación continua 1B. Intervalos de confianza

Curso 2022/23 · Semestre 1 · Unidad 1: Estimación puntual e intervalos de confianza

Pregunta 2

Puntuación: 2,00

Un instituto de biología quiere estudiar cuál es la longitud media de un tipo de pez que vive en un lago determinado. Para ello, selecciona una muestra aleatoria de $n = 200$ peces, y les mide la longitud (en milímetros). De la muestra se obtiene una media muestral $\bar{x} = 252$, y por estudios previos se sabe que la varianza poblacional es $\sigma^2 = 20^2$. Para el análisis se considera una confianza del $99\ \%$.

Con esta información, responde a las siguientes preguntas:

- **a)** ¿Cuál es el análisis estadístico que hay que realizar en este caso?
- **b)** ¿Cuál es la distribución de probabilidad que hay que utilizar?
- **c)** ¿Cuál es el límite inferior del intervalo de confianza para el parámetro de interés?
- **d)** ¿Cuál es el límite superior del intervalo de confianza para el parámetro de interés?

Nota 1: para calcular los valores críticos en las distribuciones de probabilidad, se recomienda la siguiente página web:

`https://www.geogebra.org/m/U5rw94DP`

Importante: para abrir el enlace, haz clic sobre el botón derecho del ratón y seleccionad la opción de abrir enlace en una pestaña nueva.

Nota 2: al hacer los cálculos intermedios, usa siempre un mínimo de cuatro decimales.

Nota 3: introduce las respuestas redondeando a dos decimales y usando la coma (,) como separador decimal (no el punto).

(a) 1º Inferencia sobre la media con varianza conocida

(b) 2º Distribución normal.

(c) 3º $IC = [\bar{x} - E, \bar{x} + E]$

$\bar{x} \to 252$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

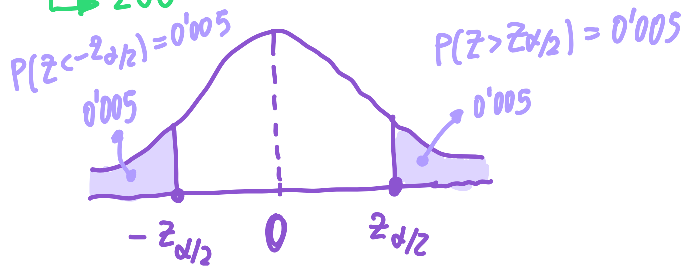
$\sigma \to 20$

$n \to 200$

$1 - \alpha = 0'99$

$\alpha = 0'01$

$\alpha/2 = 0'005$



$z_{\alpha/2} = 2'5758$

4º Extremo inferior $= \bar{X} - E = 252 - 2'5758 \cdot \frac{20}{\sqrt{200}} = 248'36$

(d) 5º Extremo superior $= \bar{X} + E = 252 + 2'5758 \cdot 20/\sqrt{200} = 255'64$

Prueba de evaluación continua 1B. Intervalos de confianza

Curso 2022/23 · Semestre 1 · Unidad 1: Estimación puntual e intervalos de confianza

Pregunta 3

Puntuación: 2,00

El Departamento de Educación de un país quiere saber cuál es la altura media de los estudiantes de un curso determinado. Para ello, selecciona una muestra aleatoria de $n = 60$ estudiantes, y les mide la altura (en centímetros). De la muestra se obtiene una media muestral $\bar{x} = 144$ y una desviación estándar muestral $s = 25$. Además, se constata que se desconoce la varianza poblacional, y para el análisis se considera una confianza del $99\ \%$.

Con esta información, responde a las siguientes preguntas:

- **a)** ¿Cuál es el análisis estadístico que hay que realizar en este caso?
- **b)** ¿Cuál es la distribución de probabilidad que hay que utilizar?
- **c)** ¿Cuál es el límite inferior del intervalo de confianza para el parámetro de interés?
- **d)** ¿Cuál es el límite superior del intervalo de confianza para el parámetro de interés?

Nota 1: para calcular los valores críticos en las distribuciones de probabilidad, se recomienda la siguiente página web:

`https://www.geogebra.org/m/U5rw94DP`

Importante: para abrir el enlace, haz clic sobre el botón derecho del ratón y seleccionad la opción de abrir enlace en una pestaña nueva.

Nota 2: al hacer los cálculos intermedios, usa siempre un mínimo de cuatro decimales.

Nota 3: introduce las respuestas redondeando a dos decimales y usando la coma (,) como separador decimal (no el punto).

(a) 1º Inferencia sobre la media con varianza desconocida.

(b) 2º Distribución t de Student

(c) 3º $IC = [\bar{x} - E,\ \bar{x} + E]$

$\bar{x} \to 144$

$$E = t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

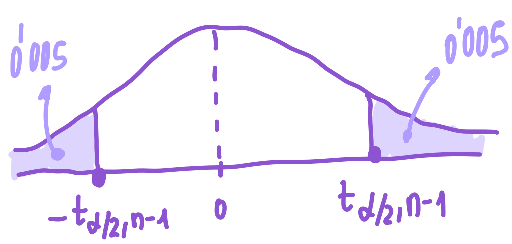
$s \to 25$, $n \to 60$

$1 - \alpha = 0'99$

$\alpha = 0'01$

$\alpha/2 = 0'005$

$n - 1 = 59$



$$t_{0'005, 59} = 2'6618$$

4º Límite inferior $= 144 - 2'6618 \cdot \frac{25}{\sqrt{60}} = 135'41$

(d) 5º Límite superior $= 144 + 2'6618 \cdot 25/\sqrt{60} = 152'59$

Prueba de evaluación continua 1B. Intervalos de confianza

Curso 2022/23 · Semestre 1 · Unidad 1: Estimación puntual e intervalos de confianza

Pregunta 4

Puntuación: 2,00

En un país se celebra una jornada electoral, donde se vota en un referéndum con dos opciones: sí y no. Durante la jornada se realizan encuestas a pie de urna, en las que se pregunta por el voto a $n = 1100$ votantes, y se obtiene que 715 han votado que sí y 385 han votado que no.

El objetivo del estudio es obtener un intervalo de confianza del porcentaje de votantes que votan afirmativamente, considerando una confianza del $99\ \%$.

Con esta información, responde a las siguientes preguntas:

- **a)** ¿Cuál es el análisis estadístico que hay que realizar en este caso?
- **b)** ¿Cuál es la distribución de probabilidad que hay que utilizar?
- **c)** ¿Cuál es el límite inferior del intervalo de confianza para el parámetro de interés?
- **d)** ¿Cuál es el límite superior del intervalo de confianza para el parámetro de interés?

Nota 1: para calcular los valores críticos en las distribuciones de probabilidad, se recomienda la siguiente página web:

`https://www.geogebra.org/m/U5rw94DP`

Importante: para abrir el enlace, haz clic sobre el botón derecho del ratón y seleccionad la opción de abrir enlace en una pestaña nueva.

Nota 2: al hacer los cálculos intermedios, usa siempre un mínimo de cuatro decimales.

Nota 3: en las preguntas c) y d), introduce las respuestas en tanto por uno, redondeando a dos decimales y usando la coma (,) como separador decimal (no el punto).

(a) 1º Inferencia sobre la proporción.

(b) 2º Distribución normal.

(c) 3º $IC = [\hat{p} - E,\ \hat{p} + E]$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$\hat{p} = \frac{715}{1100} = 0'65$

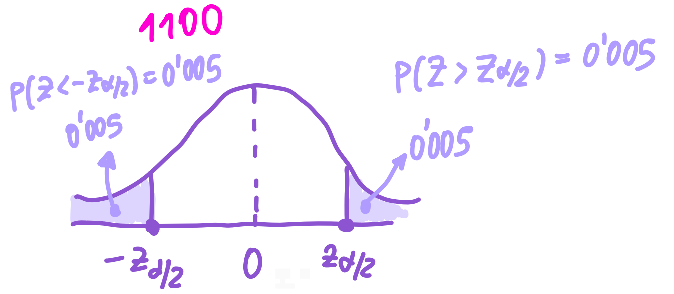
$1-\hat{p} = 0'35$

$n = 1100$

$1-\alpha = 0'99$

$\alpha = 0'01$

$\alpha/2 = 0'005$



$z_{\alpha/2} = 2'5758$

4º $\text{Límite inferior} = 0'65 - 2'5758\sqrt{\dfrac{0'65 \cdot 0'35}{1100}} = 0'62$

(d) 5º $\text{Límite superior} = 0'65 + 2'5758\sqrt{\dfrac{0'65 \cdot 0'35}{1100}} = 0'69$

Prueba de evaluación continua 1B. Intervalos de confianza

Curso 2022/23 · Semestre 1 · Unidad 1: Estimación puntual e intervalos de confianza

Pregunta 5

Puntuación: 2,00

Una empresa quiere analizar la dispersión de la duración media, en días, de uno de sus productos. Específicamente, se quiere crear un intervalo de confianza para el parámetro de la dispersión (varianza). Para ello, la empresa selecciona una muestra con $n = 90$ productos, y se obtiene una varianza muestral igual a $s^2 = 25$. Además, para realizar la inferencia estadística se considera una confianza del $95\ \%$.

Con esta información, responde a las siguientes preguntas:

- **a)** ¿Cuál es el análisis estadístico que hay que realizar en este caso?
- **b)** ¿Cuál es la distribución de probabilidad que hay que utilizar?
- **c)** ¿Cuál es el límite inferior del intervalo de confianza para el parámetro de interés?
- **d)** ¿Cuál es el límite superior del intervalo de confianza para el parámetro de interés?

Nota 1: para calcular los valores críticos en las distribuciones de probabilidad, se recomienda la siguiente página web:
`https://www.geogebra.org/m/U5rw94DP`
Importante: para abrir el enlace, haz clic sobre el botón derecho del ratón y seleccionad la opción de abrir enlace en una pestaña nueva.
Nota 2: al hacer los cálculos intermedios, usa siempre un mínimo de cuatro decimales.
Nota 3: introduce las respuestas redondeando a dos decimales y usando la coma (,) como separador decimal (no el punto).

(a) 1º Inferencia sobre la varianza.

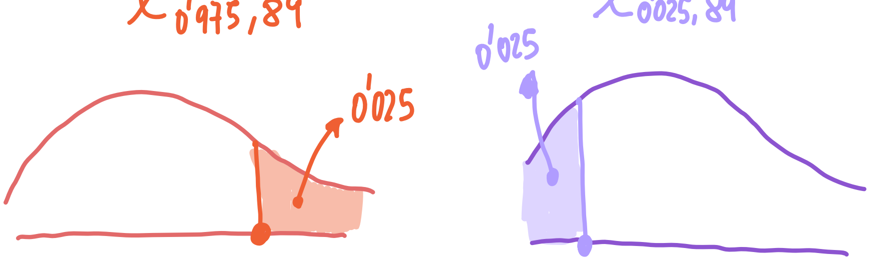
(b) 2º Distribución χ^2 (chi cuadrado)

(c) 3º $IC = \left[\dfrac{(n-1)\cdot s^2}{\chi_{1-\alpha/2,\,n-1}} , \dfrac{(n-1)\cdot s^2}{\chi_{\alpha/2,\,n-1}} \right]$

$n = 90$
$s^2 = 25$

$1-\alpha = 0'95$
$\alpha = 0'05$
$\alpha/2 = 0'025$

$\chi_{0'975,89}$ $\chi_{0'025,89}$



$\chi_{0'975,89} = 116'989$

$\chi_{0'025,89} = 64'7934$

4º Límite inferior $= \dfrac{89 \cdot 25}{116'989} = 19'02$

(d) 5º Límite superior $= \dfrac{89 \cdot 25}{64'7934} = 34'33$