



EXAMEN ENERO 2025

1.-

- a. Definición de sistema de generadores de un espacio vectorial.
- b. Demostrar que el conjunto $\{x_1, x_2, \vec{0}, x_4, x_5\} \subset \mathbb{R}^n$ es un conjunto ligado.
- c. Dado el conjunto $A = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / t - y = 0, z - x = y\}$ se pide:
 - I. Comprobar que dicho conjunto es un subespacio vectorial de \mathbb{R}^4 .
 - II. Indicar la dimensión y una base del subespacio vectorial de A .





2.-

- a. Enunciar el Teorema del Valor Intermedio o Teorema de Darboux.
- b. Concepto de función real de una variable real derivable en un punto. Interpretación geométrica de la derivada.
- c. Determinar, en caso de que existan, los valores de los parámetros a y b para que la función sea continua en todo su dominio:

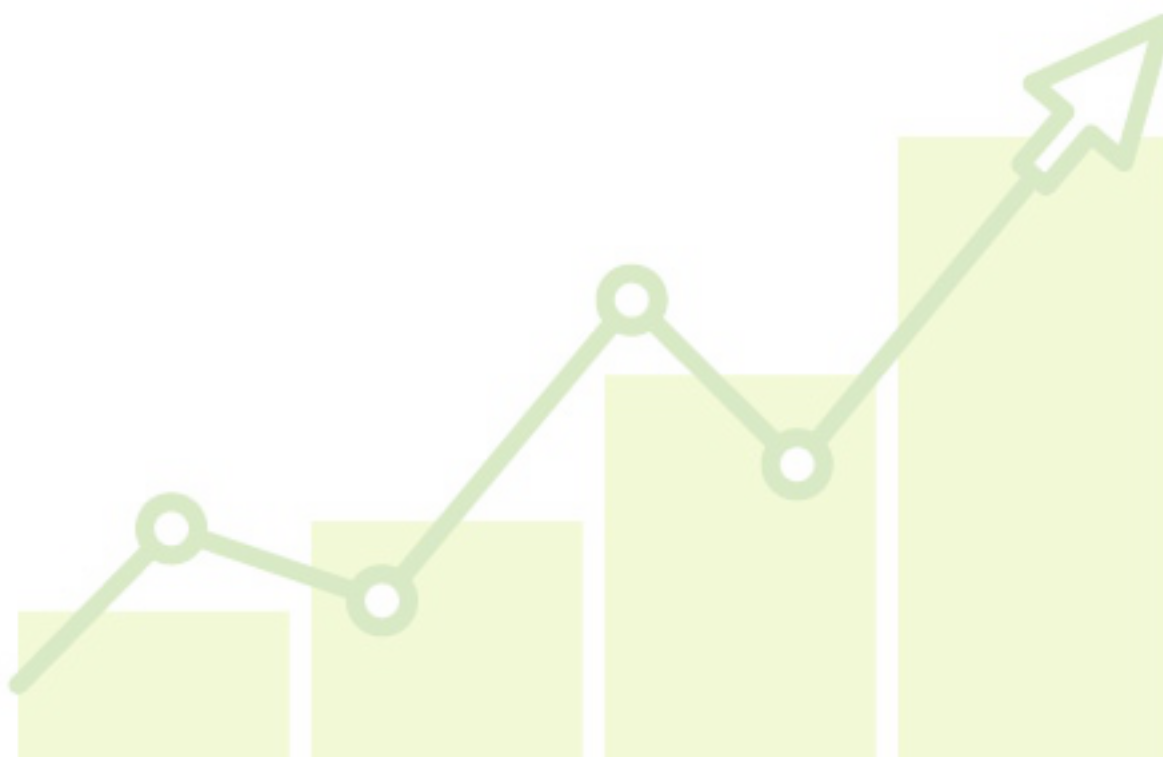
$$F(x) = \begin{cases} -x + 3 + a - 3 & \text{si } x \leq 0 \\ 2b + e^{-x} & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$





3.-

- a. Definición de menor complementario y de adjunto o cofactor de un elemento a_{ij} de una matriz $A \in M_n$.
- b. Siendo a un parámetro real y dada la aplicación lineal $f(x, y, z) = (-2y + z, y - 2z, ax)$, se pide:
 - I. Clasificar la aplicación lineal f en función de los valores del parámetro a .
 - II. Para $a = 0$, determinar la dimensión, una base y la ecuación de la imagen de la aplicación lineal.
 - III. ¿Tiene inversa la aplicación lineal f para el valor de $a = 1$? Justificar la respuesta, y en caso afirmativo, calcular la aplicación inversa.





4.-

- a. Definición de producto escalar y distancia en \mathbb{R}^n .
- b. Dado el conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y + 1 \geq |x|, y < 3, y \neq 0, |x - 1| < 3\} \cup \{(0, \frac{2}{n}) \in \mathbb{R}^2 / n \in \mathbb{N}\}$, se pide:
 - i. Calcular los 3 primeros términos y el límite de la sucesión anterior y representar gráficamente el conjunto A .
 - ii. Calcular los puntos interiores, aislado, de acumulación y la frontera externa de A .
 - iii. ¿Por qué el conjunto A no es ni abierto ni cerrado? ¿Es acotado? Justificar.

