



TEMA 1. TEORÍA DE LA DEMANDA: ANÁLISIS PRIMAL

Para estudiar el comportamiento del consumidor, necesitamos partir del estudio de sus preferencias, así como sus posibilidades de consumo (a través del conjunto presupuestario). Consideremos la siguiente notación:

- Si suponemos que existen “n” bienes, $i = 1, 2, \dots, n$, definimos como x_i es la cantidad (número de unidades) del bien i . Por lo tanto, una cesta de bienes es una combinación de cantidades de los n bienes: $(x_1, x_2, \dots, x_n)$.
- Supondremos, además, que existen H consumidores: $h = 1, \dots, H$

Por simplicidad y para poder resolver ejercicios y realizar representaciones gráficas, siempre consideraremos únicamente dos bienes.

1.1. ORDENACIÓN DE LAS PREFERENCIAS

Un **consumidor** es un agente económico racional, que elige comprar una serie de bienes y servicios, sobre los que tiene definidas unas preferencias, a un precio sobre el que no puede influir y gastando para ello una renta limitada.

Consideremos dos cestas de consumo: $A = (x_1^A, x_2^A)$ y $B = (x_1^B, x_2^B)$. La relación de preferencias entre ellas puede ser tal que:

- A es **estrictamente preferida** a B $\Rightarrow A > B$
- A es **indiferente** a B $\Rightarrow A \sim B$
- A es **preferida débilmente** a B $\Rightarrow A \succeq B$

Estas relaciones de preferencia implican que:

1. Si $A \succeq B$ y $B \succeq A$ entonces $A \sim B$
2. Si $A \succeq B$ y no $B \succeq A$ entonces $A > B$

Hipótesis relativas a la relación de preferencias

1.- COMPLETITUD

Dadas dos cestas de consumo cualesquiera, A y B, el individuo siempre puede especificar si:

- $A \succeq B$
- $B \succeq A$
- $A \sim B$

Esta hipótesis presupone que los individuos siempre pueden decidir sobre el atractivo de dos alternativas de consumo cualesquiera. Asimismo, se excluye la posibilidad de inconsistencias como que A es mejor que B y B es mejor que A.

2.- TRANSITIVIDAD

Dadas tres cestas de consumo, A, B y C: Si $A \succeq B$ y $B \succeq C$ entonces $A \succeq C$

Esta hipótesis garantiza la coherencia del consumidor. Implica que una cesta de consumo no puede pertenecer a más de un conjunto de cestas indiferentes entre sí.





3.- CONTINUIDAD

El conjunto de indiferencia es una superficie continua, está configurado por un continuo de cestas de consumo.

Esta hipótesis implica que podemos aumentar o reducir la cantidad de un bien en cantidades tan pequeñas como queramos (los conjuntos de indiferencia no tienen huecos o vacíos).

4.- NO SATURACIÓN O MONOTONÍA

Los individuos siempre prefieren una mayor cantidad de un bien a una menor cantidad: “cuanto más mejor”

$$(x_1^A + \Delta, x_2^A) > (x_1^A, x_2^A) \text{ si } \Delta > 0$$

Esta hipótesis implica que los bienes no son males y que el individuo nunca se satura en el consumo de bienes (nunca está peor con más bienes). Además, garantiza que siempre va a comprar bienes de consumo.

5.- CONVEXIDAD ESTRICTA

Cualquier combinación de cestas de consumo indiferentes entre si es al menos tan buena como cada una de las cestas que forman parte de esa combinación.

Este axioma de convexidad (que nosotros utilizaremos como convexidad estricta) es un supuesto técnico pero que, además, tiene un importante significado económico. Implica que el consumidor tiende a preferir cestas que contienen “un poco de todos los bienes” frente a las cestas que tengan mucho de un bien y poco de otros.

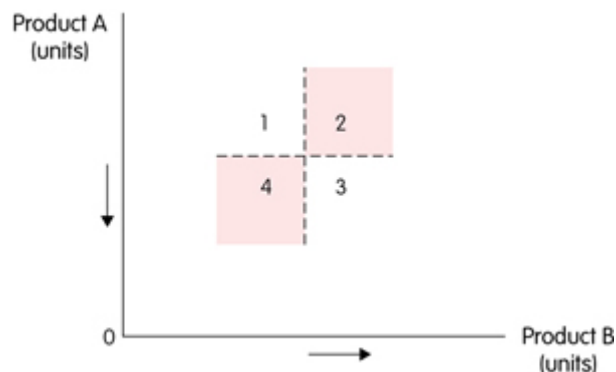
6.- DIFERENCIABILIDAD

Este supuesto se refiere a que la inclinación de la curva de indiferencia es única en cada punto, por lo que elimina los puntos angulares.

En términos prácticos, implica que podremos hacer derivadas de la función de utilidad que estemos estudiando.

A partir de las cuatro primeras hipótesis se puede crear un mapa de **curvas de indiferencia**, que cumple las siguientes propiedades:

- La curva de indiferencia es continua (continuidad).
- La curva de indiferencia no es creciente (monotonía).
- Las curvas de indiferencia no se cortan entre sí (transitividad).
- Por cada punto pasa una única curva de indiferencia (completitud).
- Mientras más alejadas del origen, mayor satisfacción (no saciedad/saturación).





1.2. LA FUNCIÓN DE UTILIDAD

Siguiendo con las hipótesis definidas antes en relación a las preferencias de los individuos, las tres primeras (completitud, transitividad y continuidad) son fundamentales para definir la **función de utilidad**.

Dadas las hipótesis propuestas para las preferencias del consumidor, si tenemos una función U que a todas las cestas que pertenecen a la misma curva de indiferencia le asigna el mismo número y a las cestas que pertenecen a un conjunto de indiferencia preferidos le asigna un número más alto; es decir

- $(x_1^A, x_2^A) \succ (x_1^B, x_2^B) \Leftrightarrow U(x_1^A, x_2^A) > U(x_1^B, x_2^B)$
- $(x_1^A, x_2^A) \sim (x_1^B, x_2^B) \Leftrightarrow U(x_1^A, x_2^A) = U(x_1^B, x_2^B)$
- $(x_1^A, x_2^A) \succeq (x_1^B, x_2^B) \Leftrightarrow U(x_1^A, x_2^A) \geq U(x_1^B, x_2^B)$

Esta función U se denomina **función de utilidad**.

Las hipótesis sobre las preferencias (las 6) garantizan que:

- La función de utilidad es continua y dos veces diferenciable (al ser el orden de preferencias continuo).
- Monótonamente creciente (por monotonía o no saturación).
- Estrictamente cuasi cóncava (por convexidad estricta).
- Representan órdenes de preferencias: la escala no importa, de forma que cualquier transformación monótona representa el mismo orden.

La Relación Marginal de Sustitución (RMS)

La pendiente negativa de la curva de indiferencia indica que el individuo está dispuesto a sustituir el consumo de un bien por otro a una tasa, sin alterar su nivel de satisfacción (se mantiene sobre la misma curva de indiferencia)

La pendiente de la curva de indiferencia se denomina **relación marginal de sustitución (RMS)**:

$$RMS = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

Si varía el consumo de dos bienes $(\Delta x_1, \Delta x_2)$, podemos expresar el cambio en la utilidad:

$$\Delta u(x_1, x_2) = UMa_1 \Delta x_1 + UMa_2 \Delta x_2$$

Si lo que pretendemos es que la utilidad permanezca constante, es decir, que el consumidor permanezca en la misma curva de indiferencia, entonces deberíamos verificar que:

$$UMa_1 \Delta x_1 + UMa_2 \Delta x_2 = 0$$

Despejando

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = - \frac{UMa_1}{UMa_2}$$





El valor absoluto de la tasa $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ define la Relación Marginal de Sustitución, por lo tanto, podemos decir que:

$$RMS_{x_1, x_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = - \frac{UMg_1}{UMg_2}$$

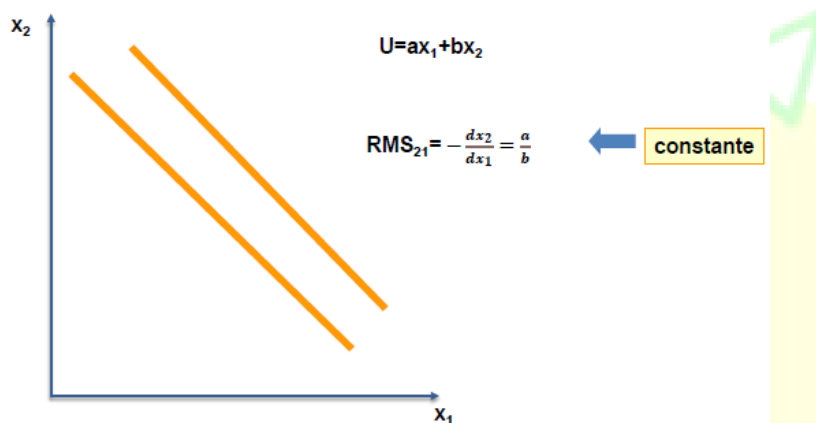
Siendo UMg la Utilidad Marginal para cada uno de los bienes que estamos estudiando.

Además, cabe destacar que la RMS es **decreciente**. A medida que nos desplazamos hacia la derecha sobre una curva de indiferencia su pendiente se reduce.

Ejemplos de preferencias

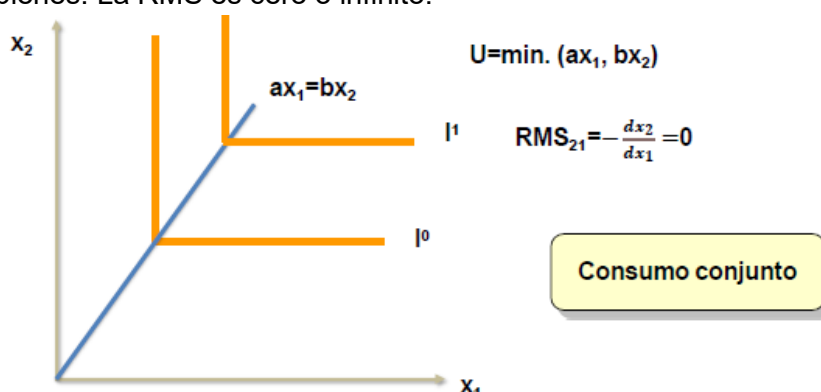
Bienes sustitutos perfectos:

Son bienes para los que el consumidor se muestra indiferente. En consecuencia, está dispuesto a sustituirlos a una tasa constante. La RMS es constante.



Bienes complementarios perfectos:

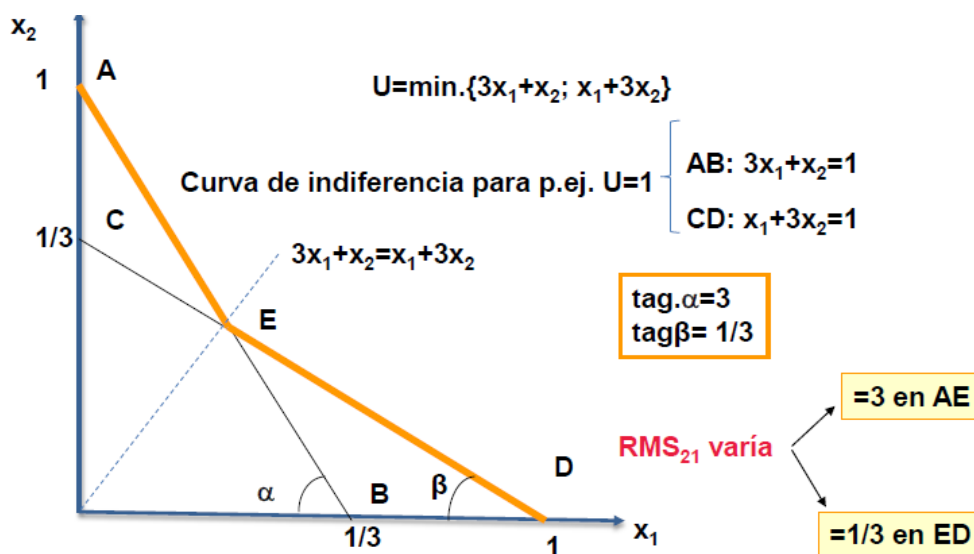
Son bienes que el consumidor tiene que consumir conjuntamente en una determinada proporción para que le reporten satisfacción. En consecuencia, no está dispuesto a sustituirlos. Se prefiere más a menos, pero sólo si es de los dos bienes. La RMS es cero o infinito.





Bienes complementarios – sustitutos:

Son bienes que se consumen conjuntamente (complementarios), pero dentro de un rango (sustitutos).



Preferencias cóncavas

Son bienes que no se consumen conjuntamente, sino que dan lugar a una “solución de esquina”.

Males

Son aquellos bienes cuyo consumo proporciona una desutilidad al individuo dado que no le gustan. En este caso, “cuanto menos mejor”. Las curvas de indiferencia tienen pendiente positiva.

1.3. EL CONJUNTO PRESUPUESTARIO

Siendo p_i es el precio de cada unidad del bien i (determinado por el mercado). Entonces, el *gasto o coste* de una determinada cantidad de un bien i es $p_i x_i$

Un consumidor puede elegir cualquier cesta de consumo siempre y cuando el coste total de adquisición de los diferentes bienes que la componen no supere la renta (M):

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n \leq M$$

A esta ecuación se la denomina **restricción presupuestaria** del consumidor. Y surge porque los recursos de los que disponemos son escasos y los usos que les podemos dar son alternativos. Esta restricción presupuestaria recoge el conjunto de oportunidades de las que dispone un consumidor.

Por simplicidad, vamos a considerar únicamente dos bienes, $i = 1, 2$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq M$$

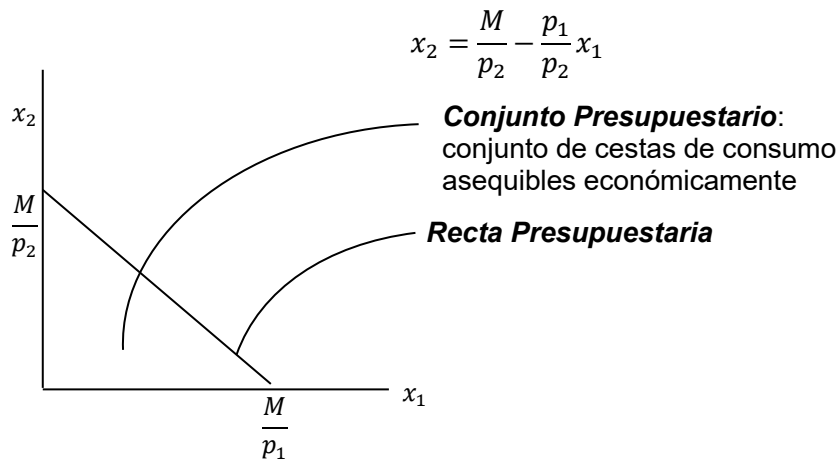
Si consideramos el conjunto de cestas de consumo que cuestan exactamente su renta, tendremos la **recta presupuestaria** (recta de balance) del consumidor

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = M$$





De donde:



- $\frac{M}{p_1}$ es el número máximo de unidades que el consumidor puede comprar del bien 1 si no compra el bien 2; $p_1 x_1 = M$
- $\frac{M}{p_2}$ es el número máximo de unidades que el consumidor puede comprar del bien 2, si no compra el bien 1; $p_2 x_2 = M$

La **pendiente** de la recta presupuestaria es:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}$$

La pendiente es el **precio relativo de los bienes** (coste de oportunidad de un bien en términos del otro): mide la relación a la que el consumidor puede sustituir o intercambiar un bien por otro en el mercado sin variar el gasto total. Esta valoración es *objetiva* en tanto que está determinada por los precios del mercado.

1.4. EQUILIBRIO DEL CONSUMIDOR: EL PROBLEMA PRIMAL

Los consumidores eligen una combinación de bienes con la idea de maximizar la satisfacción que le reportan, dado el presupuesto limitado con que cuentan.

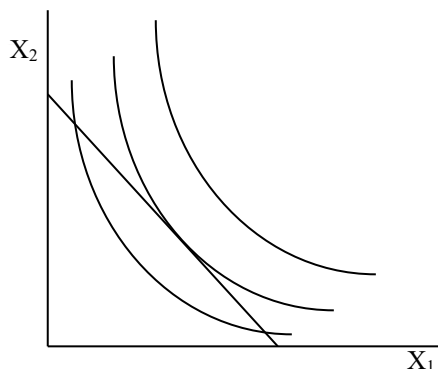
La cesta de bienes que maximiza la utilidad debe satisfacer tres condiciones:

1. Debe encontrarse en el conjunto alcanzable.
2. El conjunto de consumo no debe situarse nunca en valores negativos de los bienes.
3. Debe dar al consumidor la mayor satisfacción posible.

Dado que asumiremos que las preferencias son regulares (completas, transitivas, continuas, monótonas y estrictamente convexas), la monotonía nos permite afirmar que *la elección óptima se encontrará en la restricción presupuestaria y en la curva de indiferencia más alejada del origen.*

A través de la gráfica de las cestas alcanzables y de las preferencias podemos analizar la elección óptima de un consumidor que pretende maximizar su utilidad:





Esta es la representación gráfica del **problema primal**.

En términos matemáticos, el problema que resuelve un consumidor es:

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} & u(x_1, x_2) \\ \text{s. a.} & p_1 x_1 + p_2 x_2 = M \end{aligned}$$

Existen tres métodos para resolver este problema a través del cálculo:

- Despejar x_1 o x_2 en la restricción y sustituirlo en la función objetivo, con lo que tenemos un problema de maximización de una función de una variable sin restricciones.
- Usar el método Lagrangiano. Este método es más general que el anterior y proporciona intuiciones económicas interesantes.
- Métodos más complejos cuando existen más restricciones (restricciones de desigualdad) (Kuhn – Tucker).

Con funciones regulares, cualquiera de los métodos nos lleva al mismo resultado (RMS = pendiente).

La cesta óptima debe encontrarse en un punto de la recta presupuestaria para el que la curva de indiferencia no la corte, sino que sea *tangente* a la recta. En ese punto

$$|RMS| = \left| \frac{p_1}{p_2} \right|$$

Esto daría lugar a lo que se conoce como una solución interior. En el caso de que no se verifique la condición de tangencia, entonces, o bien no existe óptimo, o bien la cesta óptima es una solución de esquina (únicamente se consume uno de los dos bienes):

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad RMS > \frac{p_1}{p_2} &\Rightarrow \frac{UM_1}{p_1} > \frac{UM_2}{p_2} \Rightarrow x_2 = 0 \\ \text{(b)} \quad RMS < \frac{p_1}{p_2} &\Rightarrow \frac{UM_1}{p_1} < \frac{UM_2}{p_2} \Rightarrow x_1 = 0 \end{aligned}$$

Resolviendo las condiciones de primer orden del *problema primal* (a través de Lagrange), se obtiene un valor de consumo maximizador de la utilidad para cada bien. Es lo que se conoce como **función de demanda ordinaria** o **función de demanda marshalliana**.





Ejemplos de funciones de demanda ordinaria o marshalliana

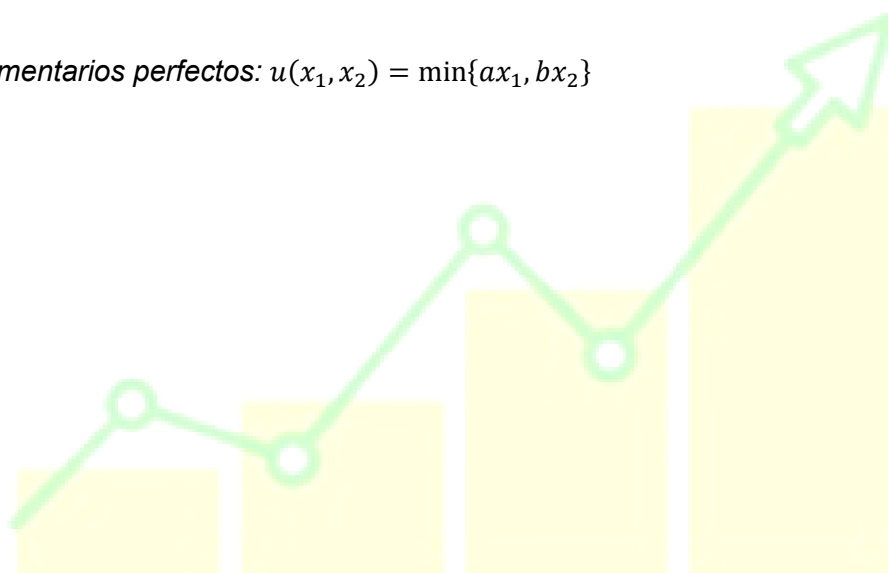
1. Función de utilidad Cobb – Douglas (preferencias regulares): $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$





2. *Sustitutos perfectos:* $u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$

3. *Complementarios perfectos:* $u(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$





4. Complementarios – sustitutos: $u(x_1, x_2) = \min\{x_2 + 3x_1, x_1 + 3x_2\}$





5. Preferencias cuasilineales: $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$





6. *Preferencias cóncavas:* : $u(x_1, x_2) = \max\{x_1, x_2\}$





1.5. ESTÁTICA COMPARATIVA DE LA CONDUCTA DEL CONSUMIDOR

Las funciones de demanda de un consumidor expresan las cantidades óptimas en función de los precios y de la renta:

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, M)$$

$$x_2 = x_2(p_1, p_2, M)$$

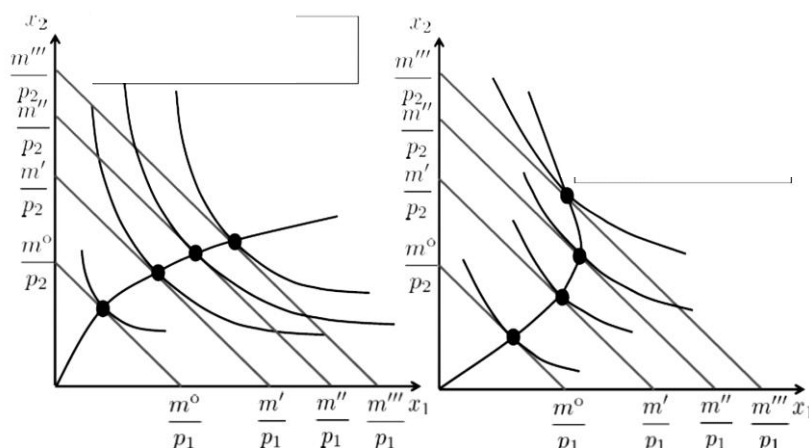
A continuación veremos lo que sucede si varían dichos precios y/o dicha renta (variables exógenas para el consumidor).

Cambios en la renta

Sabemos que, en función de cómo respondan los individuos ante los cambios en la renta, podemos diferenciar dos tipos de bienes:

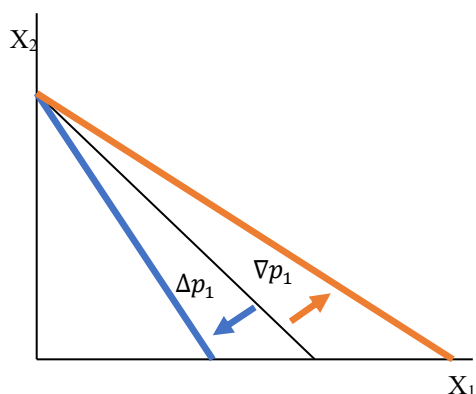
- a) Bienes normales: si al aumentar la renta también aumenta la cantidad demandada.
- b) Bienes inferiores: si al aumentar la renta, la cantidad demandada disminuye.

Un mismo bien puede ser normal para un determinado nivel de renta e inferior para otro nivel de renta diferente.



Cambios en el propio precio

Si, por ejemplo, varía el precio del bien 1, veamos qué sucede con dicho bien.



En términos gráficos, una variación del precio del bien 1 supone un cambio de pendiente en la restricción presupuestaria. Por otro lado, hay dos efectos sobre el consumo del bien 1:

* EFECTO RENTA: debido al cambio en la renta real, $\frac{M}{p_1}$.

* EFECTO SUSTITUCIÓN: debido al cambio en los precios relativos, $\frac{p_1}{p_2}$.



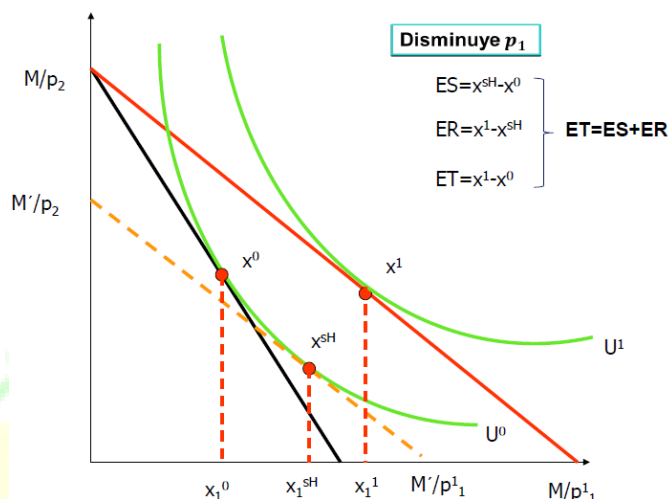


- ✗ El **efecto sustitución** siempre actúa en sentido contrario a la variación del precio. Decimos que es negativo, ya que la variación de la demanda provocada por el efecto-sustitución es opuesta a la variación del precio: si éste sube, disminuye la demanda del bien generada por el efecto sustitución.
 - ✗ El **efecto renta** puede ser positivo o negativo. Tendremos un efecto renta negativo cuando estamos ante un bien normal, y positivo si estamos ante un bien inferior. Recordemos que, dentro de los bienes inferiores, incluimos a los bienes Giffen, en cuyo caso, el efecto renta sería positivo y mayor, en valor absoluto, al efecto sustitución.
- También podríamos tener un efecto renta nulo (cero), sería el caso de que el bien estudiado sea independiente de la renta.

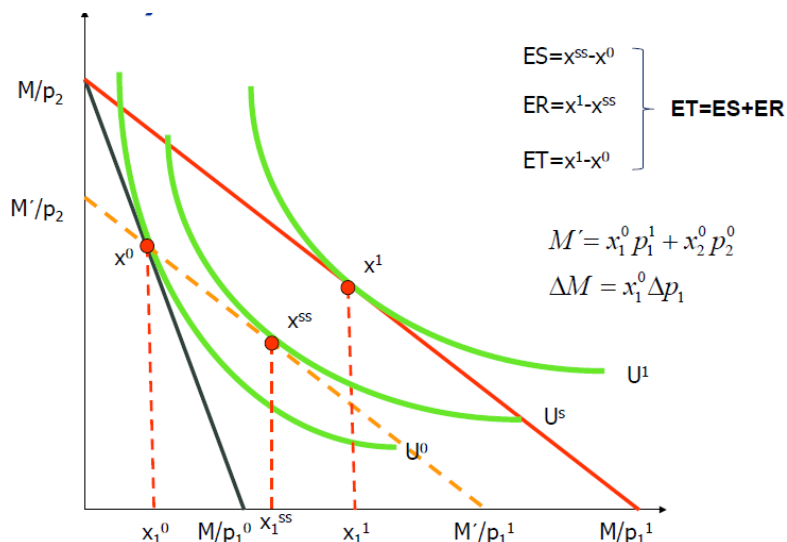
Por otro lado, existen dos definiciones para el efecto sustitución:

- HICKS: variación de las cantidades demandadas manteniendo constante el **nivel de utilidad** alcanzado antes del cambio en el precio.
- SLUTSKY: variación de las cantidades demandadas manteniendo constante el **poder de compra** alcanzado antes del cambio en el precio.

EFFECTO SUSTITUCIÓN DE HICKS: UTILIDAD CONSTANTE



EFFECTO SUSTITUCIÓN DE SLUTSKY: PODER DE COMPRA CONSTANTE





Para poder calcular estos efectos sustitución, y también el efecto renta, definimos varias **curvas de demanda**:

- Demanda **ordinaria o marshalliana**
 - Mide el efecto TOTAL (ES+ER)
 - Renta monetaria constante.
- Demanda **compensada o Hicksiana**
 - Mide sólo el efecto sustitución de Hicks.
 - Utilidad constante.
- Demanda de **poder adquisitivo constante**
 - Mide sólo el efecto sustitución de Slutsky.
 - Poder de compra constante.

Únicamente la demanda marshalliana es observable (las demás son construcciones para realizar los cálculos en cada caso).

Cambios en el precio del otro bien

Por ejemplo, cómo afectarían al bien 1 los cambios en el precio del bien 2.

En este caso, debemos diferenciar entre el efecto total de la variación medido sobre la curva de demanda Marshalliana y el efecto sustitución, medido sobre la curva de demanda Hicksiana (efecto neto).

Signo del efecto sustitución de Hicks: relación neta (medido sobre la curva de demanda compensada o hicksiana)

$$\left. \frac{\partial x_1}{\partial p_2} \right|_{\bar{U}} < 0 \text{ Complementarios hicksianos o netos}$$

$$\left. \frac{\partial x_1}{\partial p_2} \right|_{\bar{U}} > 0 \text{ Sustitutos hicksianos o netos}$$

$$\left. \frac{\partial x_1}{\partial p_2} \right|_{\bar{U}} = 0 \text{ Independientes hicksianos o netos}$$

Signo del efecto total: relación bruta (medido sobre la curva de demanda marshalliana)

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_2} < 0 \text{ Complementarios marshallianos o brutos}$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_2} > 0 \text{ Sustitutos marshallianos o brutos}$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_2} = 0 \text{ Independientes marshallianos o brutos}$$





Casos especiales

1.- BIENES COMPLEMENTARIOS PERFECTOS: $ES = 0$, solo hay ER, siendo $ER = ET$.

2.- BIENES SUSTITUTOS PERFECTOS: suponiendo que únicamente se consume el bien 1, si disminuye su precio, no hay efecto sustitución ($ES = 0$), solo hay ER, siendo $ER = ET$.

3.- PREFERENCIAS CUASILINEALES: $ER = 0$, solo hay ES, siendo $ES = ET$.

1.6. EJEMPLO: CÁLCULO DE EFECTO SUSTITUCIÓN Y EFECTO RENTA

Sea un consumidor cuyas preferencias se representan mediante la función de utilidad $u(x_1, x_2) = 4x_1^{1/2} + x_2$. Partiendo de una situación inicial en la que la renta de este individuo es $M=100$, y los precios de los bienes $p_1 = p_2 = 2$, cuando el precio del bien x_1 aumenta hasta $p'_1 = 4$, las variaciones en las cantidades demandadas de los bienes debidas a los efectos renta (Δx_i^R) y sustitución de Hicks (Δx_i^S), siendo $x_i > 0$ ($i = 1, 2$) en el equilibrio serán:

- a) $\Delta x_1^S = -3$ $\Delta x_1^R = 0$ $\Delta x_2^S = 4$ $\Delta x_2^R = -2$
- b) $\Delta x_1^S = -4$ $\Delta x_1^R = 2.5$ $\Delta x_2^S = 4$ $\Delta x_2^R = 0$
- c) $\Delta x_1^S = -3$ $\Delta x_1^R = 0$ $\Delta x_2^S = 2.5$ $\Delta x_2^R = -2.5$
- d) Ninguna de las anteriores



