TEMA 1. EJERCICIOS

1.- Considere un consumidor cuyas preferencias vienen representadas por la función de utilidad $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$.

a) Derive las funciones de demanda marshallianas.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Max } x_1^{1/2} x_2^{1/2} \\ \text{s.a. } p_1 x_1 + p_2 x_2 = M \end{array}\right\}$$

$$L(x, \lambda) = x_1^{1/2} x_2^{1/2} - \lambda (p_1 x_1 + p_2 x_2 - M)$$

C.P.O:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \rightarrow \frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{1/2} - \lambda p_1 = 0 \rightarrow \frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{1/2} = \lambda p_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \rightarrow x_1^{1/2} \frac{1}{2} x_2^{-1/2} - \lambda p_2 = 0 \rightarrow \frac{1}{2} x_1^{1/2} x_2^{-1/2} = \lambda p_2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 - M = 0 \rightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 = M$$

$$\frac{\cancel{\frac{1}{2}} x_1^{-1/2} x_2^{1/2}}{\cancel{\frac{1}{2}} x_1^{1/2} x_2^{-1/2}} = \frac{\cancel{\lambda} p_1}{\cancel{\lambda} p_2} \rightarrow \frac{x_2^{1/2} x_2^{1/2}}{x_1^{1/2} x_1^{1/2}} = \frac{p_1}{p_2} \rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \rightarrow p_2 x_2 = p_1 x_1$$

Sustituimos en RP: $p_1 x_1 + p_2 x_2 = M$

$$p_1 x_1 + p_1 x_1 = M$$

$$2 p_1 x_1 = M$$

$$\boxed{x_1 = \frac{M}{2 p_1}}$$

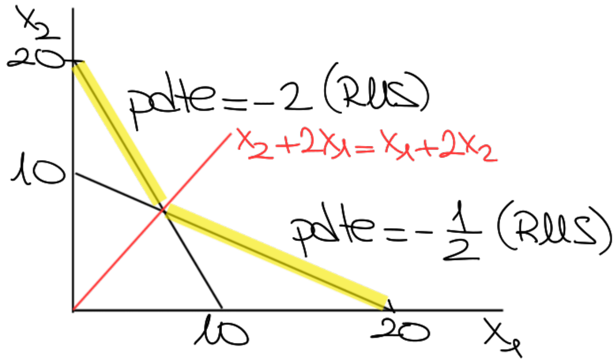
Como $p_2 x_2 = p_1 x_1 \rightarrow p_2 x_2 = \cancel{p_1} \left(\frac{M}{2 \cancel{p_1}} \right)$

$$\boxed{x_2 = \frac{M}{2 p_2}}$$

2.- Sea un consumidor cuyas preferencias se representan mediante la función de utilidad: $U(x_1, x_2) = min\,\{x_2 + 2x_1, x_1 + 2x_2\}$

a) Representa gráficamente la curva de indiferencia correspondiente al nivel de utilidad U=20.
b) ¿Qué valores debe tomar el cociente p_1/p_2 para que la decisión óptima del consumidor sea $x_1^* = 0$?
c) Si en el óptimo el individuo consume cantidades positivas de ambos bienes $(x_1^* \neq 0, x_2^* \neq 0)$, ¿qué valor tomará el cociente (x_1^*/x_2^*) en dicho óptimo?

A) $U=20 < \begin{array}{l} x_2+2x_1=20 \\ x_1+2x_2=20 \end{array}$



B) $x_1^*=0 \rightarrow RMS < \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow 2 < \frac{p_1}{p_2}$

Pdte CI tramo superior

$\boxed{\frac{p_1}{p_2} > 2}$ $< \begin{array}{l} x_1=0 \\ x_2=\frac{M}{p_2} \end{array}$

C) $2 > \frac{p_1}{p_2} > \frac{1}{2} \rightarrow$ ÓPTIMO RADIO-VECTOR

$x_2+2x_1=x_1+2x_2$

$x_1=x_2$

$\Downarrow$

$\boxed{\frac{x_1^*}{x_2^*}=1}$

Como $x_1=x_2=\frac{M}{p_1+p_2} \rightarrow$ COMPLEMENTARIOS.

3.- Sea la función de utilidad que representa las preferencias de un consumidor $U(x_1, x_2) = max\,(ax_1, bx_2)$ con $a, b > 0$ $(a \neq b)$. Si la renta monetaria de este consumidor es de M, siendo los precios de los bienes p_i $(i = 1, 2)$, deduzca las funciones de demanda marshallianas de los bienes.

CÓNCAVAS $\longrightarrow$ SOLUCIÓN ESQUINA.

A: $x_1 = 0 \quad x_2 = \frac{M}{p_2} \longrightarrow U^A = \max\left\{a \cdot 0,\ b \cdot \frac{M}{p_2}\right\} = b \cdot \frac{M}{p_2}$

B: $x_2 = 0 \quad x_1 = \frac{M}{p_1} \longrightarrow U^B = \max\left\{a \cdot \frac{M}{p_1},\ b \cdot 0\right\} = a \cdot \frac{M}{p_1}$

Si $U^A > U^B \Rightarrow b \cdot \frac{M}{p_2} > a \frac{M}{p_1} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} > \frac{a}{b} \longrightarrow$ PUNTO A

Si $U^A < U^B \Rightarrow b \cdot \frac{M}{p_2} < a \frac{M}{p_1} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} < \frac{a}{b} \longrightarrow$ PUNTO B

Si $U^A = U^B \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{a}{b} \longrightarrow$ entre A y B

$$x_1(p, M) = \begin{cases} 0 & \text{si } \frac{p_1}{p_2} > \frac{a}{b} \\ \frac{M}{p_1} & \text{si } \frac{p_1}{p_2} < \frac{a}{b} \\ 0 \text{ ó } \frac{M}{p_1} & \text{si } \frac{p_1}{p_2} = \frac{a}{b} \end{cases}$$

$$x_2(p, M) = \begin{cases} 0 & \text{si } \frac{p_1}{p_2} < \frac{a}{b} \\ \frac{M}{p_2} & \text{si } \frac{p_1}{p_2} > \frac{a}{b} \\ 0 \text{ ó } \frac{M}{p_2} & \text{si } \frac{p_1}{p_2} = \frac{a}{b} \end{cases}$$