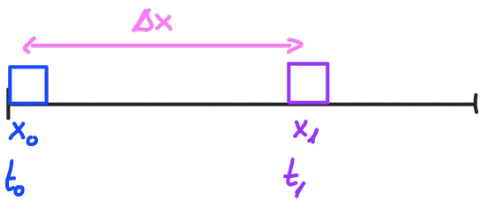
2. MOVIMIENTO EN LÍNEA RECTA

1. DESPLAZAMIENTO, TIEMPO Y VELOCIDAD MEDIA



$\Delta x = x_1 - x_0$

$$\boxed{v_{med} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$ m/s

RAPIDEZ MEDIA

$\frac{s}{\Delta t}$ ⟵ distancia recorrida ¡escalar! $\frac{s}{\Delta t} > 0$

EJERCICIO 2.1. Cada uno de los siguientes viajes en automóvil dura una hora. La direccion x positiva es hacia el este. i) El automóvil A viaja 50 km al este. ii) El automóvil B viaja 50 km al oeste. iii) El automóvil C viaja 60 km al este, luego da vuelta y viaja 10 km al oeste. iv) El automóvil D viaja 70 km al este.v) El automóvil E viaja 20 km al oeste, luego da vuelta y viaja 20 km al este.

Clasifique los cinco viajes en orden de velocidad media de más positivo a más negativo.

$\Delta t = 1h$

$v_{med\,A} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{+50\,km}{1h} = 50\,km/h$

$v_{med\,D} > v_{med\,A} = v_{med\,C} > v_{med\,E} > v_{med\,B}$

O ← → E, x

$v_{med\,B} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-50\,km}{1h} = -50\,km/h$

$v_{med\,C} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50\,km}{1h} = 50\,km/h$

20, 20

$v_{med\,D} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{70\,km}{1h} = 70\,km/h$

$v_{med\,E} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{1} = 0\,km/h$

2. VELOCIDAD INSTANTÁNEA

$$\boxed{v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$

info@tuacademiafacil.com

EJERCICIO 2.1 *(Sears y Zemansky, Física Universitaria, Ejemplo 2.1)*

Un guepardo acecha 20 m al este del escondite de un observador (figura 2.6a). En el tiempo $t = 0$, el guepardo ataca a un antílope y empieza a correr en línea recta. Durante los primeros 2.0 s del ataque, la coordenada x del guepardo varía con el tiempo según la ecuación $x = 20\ \text{m} + (5.0\ \text{m/s}^2)t^2$. *a)* Obtenga el desplazamiento del guepardo entre $t_1 = 1.0$ s y $t_2 = 2.0$ s. *b)* Calcule la velocidad media en dicho intervalo. *c)* Calcule la velocidad instantánea en $t_1 = 1.0$ s tomando $\Delta t = 0.1$ s, luego $\Delta t = 0.01$ s, luego $\Delta t = 0.001$ s. *d)* Deduzca una expresión general para la velocidad instantánea en función del tiempo, y con ella calcule v_x en $t = 1.0$ s y $t = 2.0$ s.

$\to v_x(t) = \frac{dx}{dt} = 0 + 10t \quad \boxed{v_x = 10t}$

$v_x(1s) = 10\ \text{m/s}$

$v_x(2s) = 20\ \text{m/s}$

$x = 20 + 5t^2$

a) $x_1 = 20 + 5\cdot 1^2 = 25\ \text{m}$

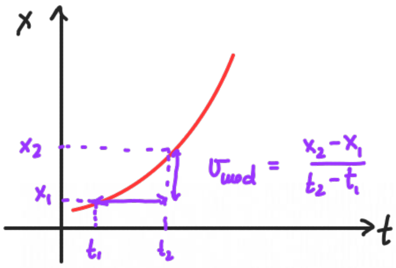
$x_2 = 20 + 5\cdot 2^2 = 40\ \text{m}$ $\Big\}\ \Delta x = x_2 - x_1 = 40 - 25 = 15\ \text{m}$

b) $v_{med} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15}{2-1} = 15\ \text{m/s}$

c) $v_{med} = \frac{26{,}05 - 25}{1{,}1 - 1} = 10{,}5\ \text{m/s}$ $\qquad v_{med} = \frac{25{,}1 - 25}{1{,}01 - 1} = 10\ \text{m/s}$

$x(1{,}1s) = 20 + 5\cdot 1{,}1^2 = 26{,}05$ $\qquad x(1{,}01) = 20 + 5\cdot 1{,}01^2 = 25{,}1$

OBTENCIÓN DE LA VELOCIDAD EN UNA GRÁFICA ESPACIO-TIEMPO



$v_{med} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

tangente

$\hookrightarrow v_x$ = pendiente de la tangente

EJERCICIO 2.2. *La figura es una grafica x-t del movimiento de una partícula.*

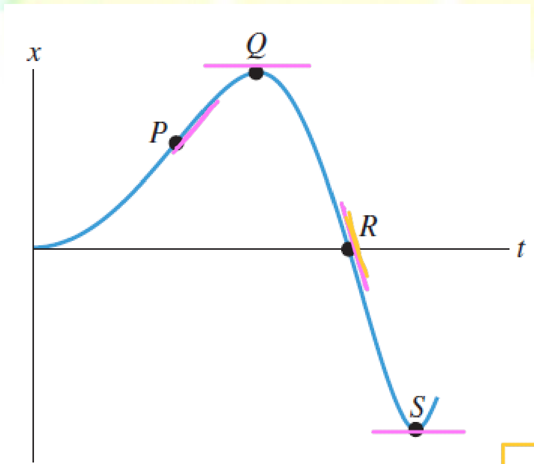
a) Ordene los valores de la velocidad vx de la partícula en los puntos P, Q, R y S del más positivo al más negativo.

b) ¿En qué puntos v_x es positiva? En P

c) ¿En qué puntos v_x es negativa? En R

d) ¿En cuales es cero? En Q y S

e) Ordene los valores de la rapidez de la partícula en los puntos P, Q, R y S del más rápido al más lento.



$v_x \Rightarrow$ pendiente de la tg.

$v_{x,P} > 0$

$v_{x,Q} = 0 = v_{x,S}$

$v_{x,R} < 0$

$\boxed{v_{xP} > v_{xQ} = v_{xS} > v_{xR}}$

$\boxed{|v_{xR}| > |v_{xP}| > |v_{xQ}| = |v_{xS}|}$

3. ACELERACIÓN MEDIA E INSTANTÁNEA

ACELERACIÓN MEDIA

$$a_{med} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \qquad m/s^2$$

EJERCICIO 2.3 *(Sears y Zemansky, Física Universitaria, Ejemplo 2.2)*

Una astronauta sale de una nave espacial en órbita para probar una unidad personal de maniobras. Mientras se mueve en línea recta, su compañera a bordo mide su velocidad cada 2.0 s a partir del instante $t = 1.0$ s:

t	v_x	t	v_x
1.0 s	0.8 m/s	9.0 s	−0.4 m/s
3.0 s	1.2 m/s	11.0 s	−1.0 m/s
5.0 s	1.6 m/s	13.0 s	−1.6 m/s
7.0 s	1.2 m/s	15.0 s	−0.8 m/s

Calcule la aceleración media y diga si la rapidez de la astronauta aumenta o disminuye para cada uno de estos intervalos: *a)* $t_1 = 1.0$ s a $t_2 = 3.0$ s; *b)* $t_1 = 5.0$ s a $t_2 = 7.0$ s; *c)* $t_1 = 9.0$ s a $t_2 = 11.0$ s; *d)* $t_1 = 13.0$ s a $t_2 = 15.0$ s.

$$a_{med\,13} = \frac{v_3 - v_1}{3-1} = \frac{1{,}2 - 0{,}8}{2} = 0{,}2\ m/s^2 \rightarrow \text{rapidez aumenta}$$

$$a_{med\,57} = \frac{v_7 - v_5}{7-5} = \frac{1{,}2 - 1{,}6}{2} = -0{,}2\ m/s^2 \rightarrow \text{rapidez disminuye}$$

$$a_{med\,911} = \frac{v_{11} - v_9}{11-9} = \frac{-1 + 0{,}4}{2} = -0{,}3\ m/s^2 \rightarrow \text{rapidez aumenta}$$

$$a_{med\,1315} = \frac{v_{15} - v_{13}}{15-13} = \frac{-0{,}8 + 1{,}6}{2} = 0{,}4\ m/s^2 \rightarrow \text{rapidez disminuye}$$

ACELERACIÓN INSTANTÁNEA

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

EJERCICIO 2.4 *(Sears y Zemansky, Física Universitaria, Ejemplo 2.3)*

Suponga que la velocidad v_x del auto en la figura 2.11 en el tiempo t está dada por

$$v_x = 60\ \text{m/s} + (0.50\ \text{m/s}^3)t^2$$

a) Calcule el cambio de velocidad del auto en el intervalo entre $t_1 = 1.0$ s y $t_2 = 3.0$ s. *b)* Calcule la aceleración media en este intervalo. *c)* Obtenga la aceleración instantánea en $t_1 = 1.0$ s tomando Δt primero como 0.1 s, después como 0.01 s y luego como 0.001 s. *d)* Deduzca una expresión para la aceleración instantánea en cualquier instante y úsela para obtener la aceleración en $t = 1.0$ s y $t = 3.0$ s.

a) $v_x(1) = 60 + 0{,}5 \cdot 1^2 = 60{,}5\ m/s$

$v_x(3) = 60 + 0{,}5 \cdot 3^2 = 64{,}5\ m/s$

$\Delta v_x = 64{,}5 - 60{,}5 = \boxed{4\ m/s}$

b) $a_{med} = \dfrac{v_x(3) - v_x(1)}{3-1} = \dfrac{4}{2} = \boxed{2\ m/s^2}$

c) $a_{med} = \dfrac{v_x(1{,}1) - v_x(1)}{1{,}1 - 1} = \dfrac{60{,}605 - 60{,}5}{0{,}1} = 1{,}05\ m/s^2$

$v_x(1{,}1) = 60 + 0{,}5 \cdot 1{,}1^2 = 60{,}605$

$a_{med} = \dfrac{v_x(1{,}01) - v_x(1)}{1{,}01 - 1} = \dfrac{0{,}01}{0{,}01} = 1\ m/s^2$

$v_x(1{,}01) = 60{,}51\ m/s$

$\boxed{a_x(1) = 1\ m/s^2}$

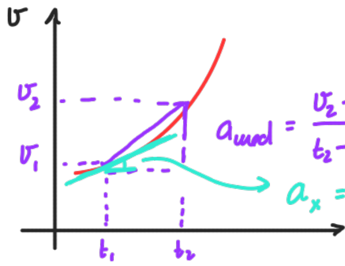
d) $a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 + 1t$

$\boxed{a_x = t}$

$a_x(1) = 1\ m/s^2$

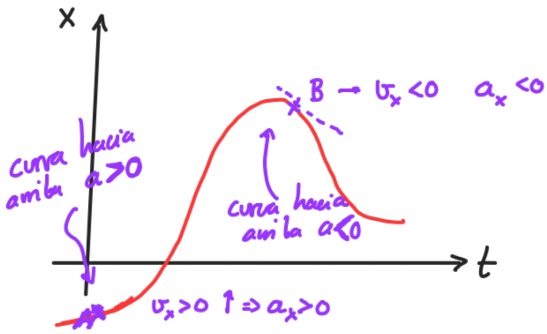
$a_x(3) = 3\ m/s^2$

OBTENCIÓN DE LA ACELERACIÓN EN UNA GRÁFICA



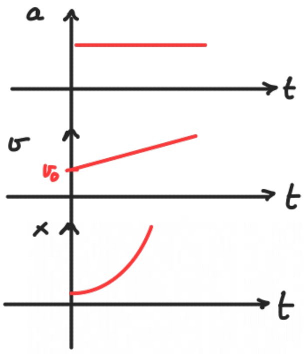
$a_{med} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

a_x = pendiente de la tg



4. MOVIMIENTO CON ACELERACIÓN CONSTANTE

$a = cte$ → $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t - 0}$ → $\boxed{v_x = v_{0x} + a\,t}$



$$\boxed{x = x_0 + v_{0x}\,t + \frac{1}{2} a t^2}$$

$$\boxed{v_x^2 - v_{0x}^2 = 2 a_x (x - x_0)}$$

EJERCICIO 2.5 *(Sears y Zemansky, Física Universitaria, Ejemplo 2.4)*

Un motociclista que viaja al este cruza una pequeña ciudad de Iowa y acelera apenas pasa el letrero que marca el límite de la ciudad (figura 2.20). Su aceleración constante es de 4.0 m/s². En $t = 0$, está a 5.0 m al este del letrero, moviéndose al este a 15 m/s. *a)* Calcule su posición y velocidad en $t = 2.0$ s. *b)* ¿Dónde está el motociclista cuando su velocidad es de 25 m/s?

¿x?

$a_x = 4\,m/s^2$

$t = 0 \longrightarrow x_0 = 5\,m \quad v_{0x} = 15\,m/s$

$\boxed{MRUA}$ $x = x_0 + v_{0x}\,t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow x = 5 + 15t + \frac{1}{2} 4 t^2$

$x(2) = 5 + 15\cdot 2 + 2\cdot 2^2 = \boxed{43\,m}$

$v_x = v_{0x} + at \Rightarrow v_x = 15 + 4t$

$v_x(2) = 15 + 4\cdot 2 = \boxed{23\,m/s}$

$\begin{cases} x = 5 + 15t + 2t^2 \\ v = 15 + 4t \end{cases}$ → $v = 25 = 15 + 4t \quad t = 2{,}5\,s$

$x = 5 + 15\cdot 2{,}5 + 2\cdot 2{,}5^2 = \boxed{55\,m}$

$v_x^2 - v_0^2 = 2a(x-5)$

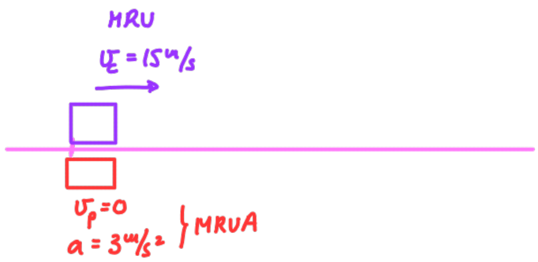
$\Updownarrow$

$25^2 - 15^2 = 8(x-5)$

$\boxed{x = 55\,m}$

EJERCICIO 2.6 *(Sears y Zemansky, Física Universitaria, Ejemplo 2.5)*

Un conductor que viaja a rapidez constante de 15 m/s (unas 34 mi/h) pasa por un cruce escolar, cuyo límite de velocidad es de 10 m/s (unas 22 mi/h). En ese preciso momento, un oficial de policía en su motocicleta, que está parado en el cruce, arranca para perseguir al infractor, con aceleración constante de 3.0 m/s² (figura 2.21a). *a)* ¿Cuánto tiempo pasa antes de que el oficial de policía alcance al infractor? *b)* ¿A qué rapidez va el policía en ese instante? *c)* ¿Qué distancia total habrá recorrido cada vehículo hasta ahí?



COND. MRU ⇒ $\begin{cases} x_c = \cancel{x_0}^{\,0} + v_c\,t \\ v_c = v_{oc} \end{cases}$ $\begin{cases} x_c = 15t \\ v_c = 15 \end{cases}$

POLICIA MRUA ⇒ $\begin{cases} x_p = \cancel{x_0}^{\,0} + \cancel{v_0 t}^{\,0} + \frac{1}{2} a t^2 \\ v_p = \cancel{v_0}_{\,0} + at \end{cases}$ $\begin{cases} x_p = 1{,}5t^2 \\ v_p = 3t \end{cases}$

Alcance $x_c = x_p \quad 15t = 1{,}5t^2 \Rightarrow 1{,}5t^2 - 15t = 0$

$1{,}5t\,(t - 10) = 0 \quad \begin{cases} t = 0 \\ \boxed{t = 10\,s} \end{cases}$

$v_p(10) = 3\cdot 10 = \boxed{30\,m/s}$

$x_c(10) = 15\cdot 10 = \boxed{150\,m}$

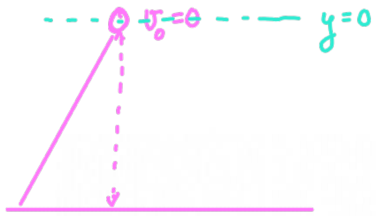
5. CUERPOS EN CAÍDA LIBRE

$$\boxed{\text{MRUA}\ \begin{cases} y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v_y = v_0 - g t \end{cases}}$$

*ALTURA MÁXIMA $\Rightarrow v_y = 0$ * SUELO $\Rightarrow y = 0$

EJERCICIO 2.7 *(Sears y Zemansky, Física Universitaria, Ejemplo 2.6)*

Se deja caer una moneda de un euro desde la Torre Inclinada de Pisa; parte del reposo y cae libremente. Calcule su posición y su velocidad después de 1.0, 2.0 y 3.0 s.



MRUA $\begin{cases} y = \cancel{y_0}^{\,0} + \cancel{v_0}^{\,0} t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v = v_0 - g t \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} y = -4{,}9t^2 \\ v = -9{,}8t \end{cases}$

$t=1s \rightarrow y(1) = -4{,}9\cdot 1^2 = -4{,}9m \qquad v(1) = -9{,}8\cdot 1 = -9{,}8\ m/s$

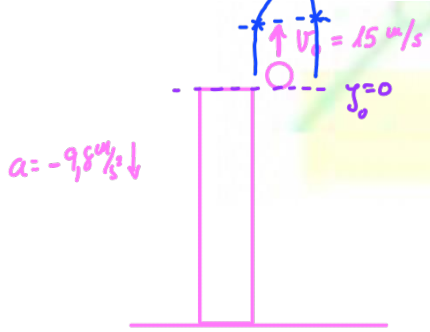
$t=2s \rightarrow y(2) = -4{,}9\cdot 2^2 = -19{,}6m \qquad v(2) = -9{,}8\cdot 2 = -19{,}6\ m/s$

$t=3s \rightarrow y(3) = -4{,}9\cdot 3^2 = -44{,}1m \qquad v(3) = -9{,}8\cdot 3 = -29{,}4\ m/s$

EJERCICIO 2.8 *(Sears y Zemansky, Física Universitaria, Ejemplo 2.7)*

Imagine que usted lanza una pelota verticalmente hacia arriba desde la azotea de un edificio. La pelota sale de la mano, en un punto a la altura del barandal de la azotea, con rapidez ascendente de 15.0 m/s, quedando luego en caída libre. Al bajar, la pelota libra apenas el barandal. En este lugar, g = 9.8 m/s^2. Obtenga *a)* la posición y velocidad de la pelota 1.00 s y 4.00 s después de soltarla; *b)* la velocidad cuando la pelota está 5.00 m sobre el barandal; *c)* la altura máxima alcanzada y el instante en que se alcanza; y *d)* la aceleración de la pelota en su altura máxima.

MRUA $\begin{cases} y = \cancel{y_0}^{\,0} + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v = v_0 - g t \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} y = 15t - 4{,}9t^2 \\ v = 15 - 9{,}8t \end{cases}$



a) $y(1) = 15\cdot 1 - 4{,}9\cdot 1^2 = \boxed{10{,}1\ m} \qquad y(4) = 15\cdot 4 - 4{,}9\cdot 4^2 = \boxed{-18{,}4\ m}$

$v(1) = 15 - 9{,}8\cdot 1 = \boxed{5{,}2\ m/s} \qquad v(4) = 15 - 9{,}8\cdot 4 = \boxed{-24{,}2\ m/s}$

b) $y = +5 \rightarrow 5 = 15t - 4{,}9t^2 \Rightarrow 4{,}9t^2 - 15t + 5 = 0 \rightarrow t = \begin{cases} 2{,}68s \\ 0{,}38s \end{cases}$

$v = 15 - 9{,}8t$

$\rightarrow v(2{,}68) = 15 - 9{,}8\cdot 2{,}68 = \boxed{-11{,}26\ m/s}$

$v(0{,}38) = 15 - 9{,}8\cdot 0{,}38 = \boxed{11{,}26\ m/s}$

c) alt. máxima $\Rightarrow v = 0$

$y = 15t - 4{,}9t^2 \longrightarrow h_{max} = 15\cdot 1{,}53 - 4{,}9\cdot 1{,}53^2 = \boxed{11{,}5\ m}$

$0 = 15 - 9{,}8t \rightarrow t = \frac{15}{9{,}8} = \boxed{1{,}53s}$

d) $\boxed{a = -9{,}8\ m/s^2}$

6. VELOCIDAD Y POSICIÓN POR INTEGRACIÓN

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow \int_{t_1}^{t} a\,dt = \int_{v_1}^{v} dv \Rightarrow v - v_1 = \int_{t_1}^{t} a\,dt \qquad \boxed{v = v_1 + \int_{t_1}^{t} a\,dt}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \rightarrow \int_{t_1}^{t} v\,dt = \int_{x_1}^{x} dx \Rightarrow x - x_1 = \int_{t_1}^{t} v\,dt \qquad \boxed{x = x_1 + \int_{t_1}^{t} v\,dt}$$

EJERCICIO 2.9 (Sears y Zemansky, Física Universitaria, Ejemplo 2.9)

Sally conduce su Mustang 1965 por una autopista recta. En el instante $t = 0$, cuando Sara avanza a 10 m/s en la dirección $+x$, pasa un letrero que está en $x = 50$ m. Su aceleración es una función del tiempo:

$$a_x = 2.0\ \text{m/s}^2 - (0.10\ \text{m/s}^3)t$$

a) Deduzca expresiones para su velocidad y posición en función del tiempo. *b*) ¿En qué momento es máxima su velocidad? *c*) ¿Cuál es esa velocidad máxima? *d*) ¿Dónde está el automóvil cuando alcanza la velocidad máxima?

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow \int_0^t 2 - 0{,}1\,t\,dt = \int_{10}^{v} dv$$

$$\left(2t - 0{,}1\frac{t^2}{2}\right]_0^t = v\Big]_{10}^{v}$$

$$v - 10 = 2t - 0{,}05\,t^2$$

$$\boxed{v(t) = 10 + 2t - 0{,}05\,t^2}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \rightarrow \int_0^t 10 + 2t - 0{,}05t^2\,dt = \int_{50}^{x} dx \rightarrow 10t + t^2 - 0{,}05\frac{t^3}{3}\Big]_0^t = x\Big]_{50}^{x}$$

$$10t + t^2 - \frac{1}{60}t^3 = x - 50 \qquad \boxed{x(t) = 50 + 10t + t^2 - \frac{1}{60}t^3}$$

b) $\frac{dv}{dt} = 2 - 0{,}1\,t = 0 \longrightarrow 2 = 0{,}1t \rightarrow \boxed{t = 20\,s}$

c) $v(20) = 10 + 2\cdot 20 - 0{,}05\cdot 20^2 = \boxed{30\ \text{m/s}}$

d) $x(20) = 50 + 10\cdot 20 + 20^2 - \frac{1}{60}\,20^3 = \boxed{516{,}7\ \text{m}}$